

КИНЕМАТИКА И КИНЕТОСТАТИКА ПЛОСКОЙ ШЕСТИЗВЕННОЙ ГРУППЫ АССУРА ЧЕТВЕРТОГО КЛАССА

В практике машиностроения все большее применение стали получать механизмы, содержащие в своем составе подвижные замкнутые изменяемые контуры, такие механизмы относят к механизмам высоких классов (МВК) [1]. Как указывается в [1] «МВК обладают широкими кинематическими и динамическими возможностями ..., что позволяет строить на их базе манипуляторы со многими рабочими органами и с простой системой управления». Видимо МВК могут иметь и более широкое применение. В частности, известен кривошипно-ползунный механизм прессы (патент РФ № 2201348), где ужесточение шатуна, действующего на пуансон прессы, достигается введением в кинематическую цепь плоской шестизвенной группы Ассур с четырехугольным подвижным замкнутым изменяемым контуром. Отметим, что до настоящего времени задача кинематического исследования такой группы графо-аналитическим методом не была решена. Обратимся к этой задаче.

Плоская шестизвенная шарнирная группа Ассур четвертого класса (содержащая четырехугольный замкнутый изменяемый контур) показана на рис. 1. Она состоит из шести звеньев ($n = 6$) и девяти кинематических пар пятого класса ($p_5 = 9$). Ее подвижность равна нулю, $W = 0$.

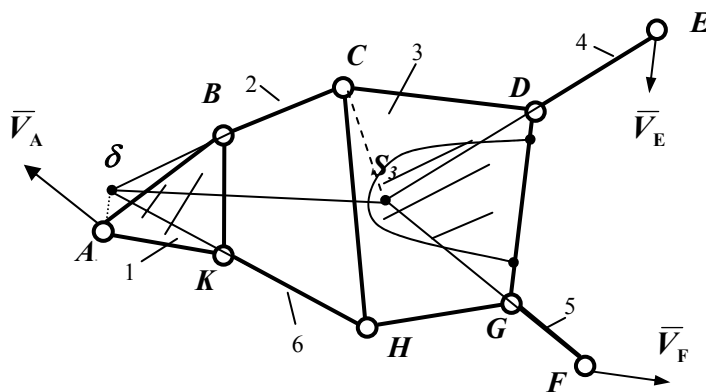


Рис. 1. Шестизвенная плоская группа Ассур четвертого класса

Исследовать кинематику рассматриваемой группы - это значит по заданным скоростям точек A , E и F найти скорости точек B , C , D , G , H , K и угловые скорости всех звеньев, а по заданным ускорениям точек A , E и F определить все ускорения точек и звеньев.

Прежде всего, по известным скоростям точек E и F найдем скорость точки, принадлежащей третьему звену, - точки Ассур S_3 , лежащей на пересечении линий, продолжающих поводки ED и FG . Скорость точки S_3 определится из зависимостей

$$\begin{cases} \overline{V}_{S_3} = \overline{V}_E + \overline{V}_{DE} + \overline{V}_{S_3D}, \\ \overline{V}_{S_3} = \overline{V}_F + \overline{V}_{GF} + \overline{V}_{S_3G}, \end{cases}$$

$$\overline{V}_{DE} + \overline{V}_{S_3D} \perp DE, \quad \overline{V}_{GF} + \overline{V}_{S_3G} \perp GF$$

После нахождения скорости точки S_3 можно в шестизвенной группе выделить четыре звена 1, 2, 3 и 6, и рассмотреть четырехзвенную группу с четырехугольным замкнутым изменяемым контуром $BCHK$ (рис. 2).

Для ее исследования воспользуемся решением подобной группы, приведенным в статье [2]. Для этого на продолжениях линий звеньев BC и KH найдем точку их пересечения δ . Это особая точка, она является одновременно точкой Ассура и для звена 1, и для звена 3. Скорость точки δ может быть найдена по скоростям точек A и S_3 на основании уравнений

$$\begin{cases} \bar{V}_\delta = \bar{V}_{S_3} + \bar{V}_{\delta S_3}, \\ \bar{V}_\delta = \bar{V}_A + \bar{V}_{\delta A}, \\ \bar{V}_{\delta S_3} \perp \delta S_3, \bar{V}_{\delta A} \perp \delta A. \end{cases}$$

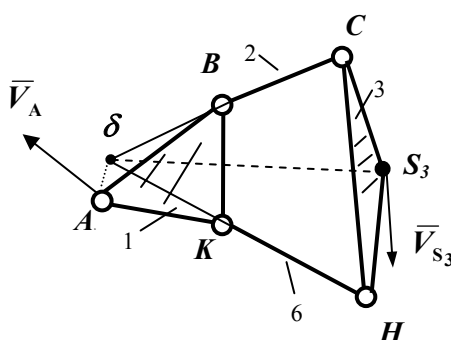


Рис. 2. Четырехзвенная группа

После нахождения скорости точки δ скорости остальных точек четырехзвенника B , C , H и K найдутся по зависимостям:

$$\begin{cases} \bar{V}_B = \bar{V}_A + \bar{V}_{BA}, \\ \bar{V}_B = \bar{V}_\delta + \bar{V}_{B\delta} \\ \bar{V}_{BA} \perp BA, \\ \bar{V}_{B\delta} \perp B\delta, \end{cases} \quad \begin{cases} \bar{V}_K = \bar{V}_A + \bar{V}_{KA}, \\ \bar{V}_K = \bar{V}_B + \bar{V}_{KB}, \\ \bar{V}_{KA} \perp KA, \\ \bar{V}_{KB} \perp KB, \end{cases} \quad \begin{cases} \bar{V}_C = \bar{V}_B + \bar{V}_{CB}, \\ \bar{V}_C = \bar{V}_{S_3} + \bar{V}_{CS_3}, \\ \bar{V}_{CS_3} \perp CS_3, \\ \bar{V}_{CB} \perp CB, \end{cases} \quad \begin{cases} \bar{V}_H = \bar{V}_K + \bar{V}_{HK}, \\ \bar{V}_H = \bar{V}_C + \bar{V}_{HC}, \\ \bar{V}_{HK} \perp HK, \\ \bar{V}_{HC} \perp HC. \end{cases}$$

Далее обратимся к исследуемой шестизвенной группе (см. рис. 1), в которой неизвестными остались скорости точек D и G . Они найдутся по зависимостям:

$$\begin{cases} \bar{V}_D = \bar{V}_E + \bar{V}_{DE}, \\ \bar{V}_D = \bar{V}_C + \bar{V}_{DC}, \\ \bar{V}_{DC} \perp DC, \\ \bar{V}_{DE} \perp DE, \end{cases} \quad \begin{cases} \bar{V}_G = \bar{V}_H + \bar{V}_{GH}, \\ \bar{V}_G = \bar{V}_F + \bar{V}_{GF}, \\ \bar{V}_{GH} \perp GH, \\ \bar{V}_{GF} \perp GF. \end{cases}$$

После составления приведенных выше кинематических уравнений, определяющих скорости всех точек группы, можно построить по ним план скоростей (рис. 3). На рисунке специально указаны направления всех построенных линий плана. Скорости точек группы

показали в следующей последовательности: $S_3, \delta, B, K, C, H, D, G$. Построенный план позволяет также найти все относительные скорости точек группы, что дает возможность определить угловые скорости всех звеньев по зависимости

$$\omega_1 = \frac{\overline{V}_{BA}}{\ell_{BA}} \quad \text{и т. д.}$$

При построении плана ускорений, также, прежде всего, находятся ускорения точек S_3 и δ из уравнений

$$\left\{ \begin{array}{l} \overline{a_{S_3}} = \overline{a_E} + \overline{a_{DE}^n} + \overline{a_{S_3D}^n} + \overline{a_{DE}^r} + \overline{a_{S_3D}^r}, \\ \overline{a_{DE}^n} = \omega_4^2 l_4, \overline{a_{S_3D}^n} = \omega_3^2 l_{S_3D}, \\ \overline{a_{S_3}} = \overline{a_F} + \overline{a_{GF}^n} + \overline{a_{S_3G}^n} + \overline{a_{GF}^r} + \overline{a_{S_3G}^r}, \\ \overline{a_{GF}^n} = \omega_5^2 l_5, \overline{a_{S_3G}^n} = \omega_3^2 l_{S_3G}, \\ \overline{a_{DE}^n} \text{ и } \overline{a_{S_3D}^n} \parallel DE, \quad \overline{a_{DE}^r} + \overline{a_{S_3D}^r} \perp DE, \\ \overline{a_{GF}^n} \text{ и } \overline{a_{S_3G}^n} \parallel FG, \quad \overline{a_{GF}^r} + \overline{a_{S_3G}^r} \perp FG, \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \overline{a_\delta} = \overline{a_A} + \overline{a_{\delta A}^n} + \overline{a_{\delta A}^r}, \\ \overline{a_{\delta A}^n} = \omega_1^2 l_{\delta A}, \\ \overline{a_\delta} = \overline{a_{S_3}} + \overline{a_{\delta S_3}^n} + \overline{a_{\delta S_3}^r}, \\ \overline{a_{\delta S_3}^n} = \omega_3^2 l_{\delta S_3}, \\ \overline{a_{\delta A}^n} \parallel \delta A, \quad \overline{a_{\delta A}^r} \perp \delta A, \\ \overline{a_{\delta S_3}^n} \parallel \delta S_3, \quad \overline{a_{\delta S_3}^r} \perp \delta S_3. \end{array} \right.$$

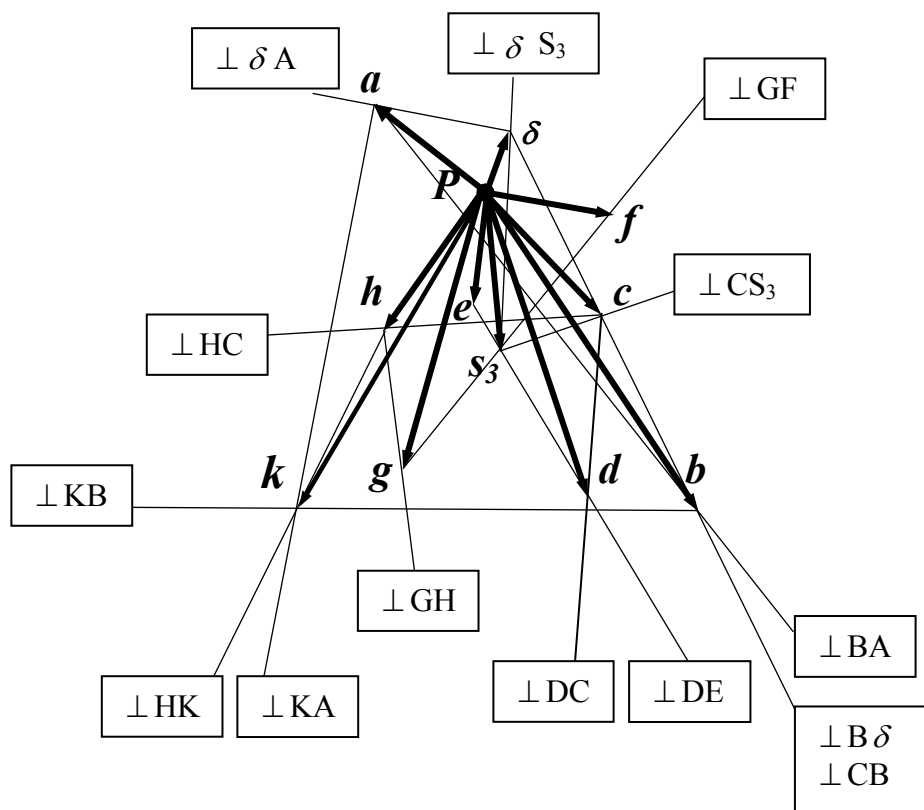


Рис. 3. План скоростей

Ускорения других точек группы определяются в той же последовательности, как и их скорости.

После определения скоростей и ускорений точек группы можно перейти к ее кинетостатическому исследованию. Это исследование, как и кинематическое, имеет элементы новизны, а потому, по мнению авторов, достойно быть изложено подробно.

Прежде всего, известными приемами через заданные массы, моменты инерции масс и ускорения центров масс звеньев вычисляются силы и моменты сил инерции, приложенные в соответствующих точках и к соответствующим звеньям. Кинетостатическое исследование группы (рис. 4) проводится следующим образом.

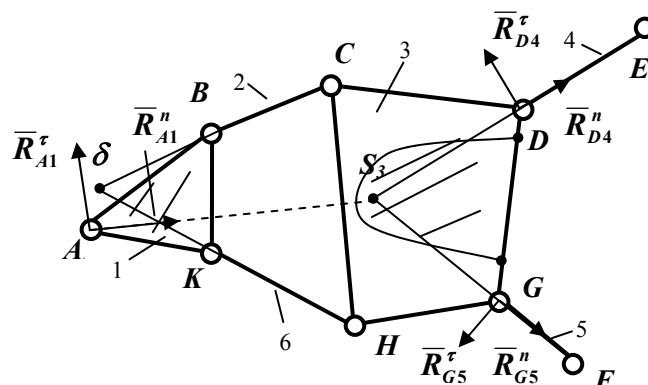


Рис. 4. Шестизвенная плоская группа Ассур четвертого класса

1) Выделяя звено 4, найдем через сумму моментов сил, действующих на звено относительно точки E , тангенциальную составляющую реакции в точке D , т. е. R_{D4}^{τ} , перпендикулярную звену ED . Нормальная составляющая реакции в точке D , R_{D4}^{ν} , относительно точки E момента не дает. Формально решение запишется в виде

$$\sum_{\text{звена 4}} M(E) = 0 \Rightarrow R_{D4}^{\tau}.$$

2) Аналогично поступая со звеном 5, найдем реакцию R_{G5}^{τ} :

$$\sum_{\text{звена 5}} M(F) = 0 \Rightarrow R_{G5}^{\tau}.$$

3) Отбросим от группы звенья 4 и 5, заменив их реакциями в точках D и G . Для оставшихся звеньев группы составим уравнение моментов относительно точки Ассур S_3 , при этом реакцию в точке A разложим на две составляющие, направив тангенциальную – перпендикулярно AS_3 , а нормальную вдоль AS_3 . Это уравнение при известных R_{D4}^{τ} и R_{G5}^{τ} однозначно определит R_{A1}^{τ} :

$$\sum_{\text{звеньев 1, 2, 3, 6}} M(S_3) = 0 \Rightarrow R_{A1}^{\tau}.$$

4) Далее, выделим звено 2 с приложенными к нему силами, составим для звена 2 сумму моментов относительно точки C , откуда найдем R_{B2}^{τ} :

$$\sum_{\text{звена 2}} M(C) = 0 \Rightarrow R_{B2}^{\tau}.$$

5) Так же поступим со звеном 6 и найдем реакцию R_{K6}^{τ} :

$$\sum_{\text{звена 6}} M(H) = 0 \Rightarrow R_{K6}^{\tau}.$$

6) Зная реакции R_{B2}^r , R_{K6}^r , R_{A1}^r и плечи этих реакций относительно точки δ , составим уравнение суммы моментов относительно точки δ для звена 1. В этом уравнении будет неизвестной лишь реакция R_{A1}^n , которая и определится как

$$\sum_{\text{звена 1}} M(\delta) = 0 \Rightarrow R_{A1}^n.$$

7) Составим далее уравнение суммы сил для звена 1, откуда определим реакции R_{B1}^n и R_{K1}^n : $\sum_{\text{звена 1}} \bar{P} = 0 \Rightarrow \bar{R}_{B1}^n, \bar{R}_{K1}^n$. Зная R_{B1}^n и R_{K1}^n , определим полностью реакции R_B и R_K из уравнений: $\bar{R}_{B1}^n + \bar{R}_{B1}^r = \bar{R}_B$, $\bar{R}_{K1}^n + \bar{R}_{K1}^r = \bar{R}_K$. При этом учтем, что $\bar{R}_{B1}^r = -\bar{R}_{B2}^r$, а $\bar{R}_{K1}^r = -\bar{R}_{K6}^r$

8) Выделим из группы звенья 2 и 6. Сумма сил для этих звеньев позволит найти реакции в точках C и H :

$$\sum_{\text{звена 2}} \bar{P} = 0 \Rightarrow \bar{R}_C, \sum_{\text{звена 6}} \bar{P} = 0 \Rightarrow \bar{R}_H.$$

9) Далее, выделив звено 3 и составив уравнение суммы сил для него, определим реакции R_{D3}^n и R_{G3}^n при известных реакциях в точках C и H . После того, как будут найдены реакции R_{D3}^n , R_{G3}^n и ранее – R_{D3}^r , R_{G3}^r (в первом и втором пункте описываемого алгоритма), можно определить полные реакции в точках D и G .

10) Выделяя далее из группы звенья 4 и 5, из уравнений суммы сил, действующих на звенья, можно найти полные реакции R_E и R_F в точках E и F :

$$\sum_{\text{звена 4}} \bar{P} = 0 \Rightarrow \bar{R}_E; \sum_{\text{звена 5}} \bar{P} = 0 \Rightarrow \bar{R}_F.$$

Таким образом, оказалось возможным определить реакции во всех кинематических парах группы.

Выполненное исследование шестизвенной группы может явиться основанием к исследованию и других шестизвенных групп, общие число и кинематические схемы которых хорошо известны.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Джолдасбеков У. А. Механизмы высоких классов. Энциклопедия «Машиностроение», том 1 - 3. Книга 2, с. 450 - 467.
2. Дворников Л. Т. О кинематической разрешимости плоской четырехзвенной группы Ассур четвертого класса графоаналитическим методом.// Известия ВУЗов. Машиностроение. №12. 2004. – С. 9-15.

Поступила в редакцию 03.11.2006