

ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ШПИНДЕЛЬНОГО УЗЛА НА ГИДРОСТАТИЧЕСКИХ ПОДШИПНИКАХ

Исследуются периодические колебания шпиндельного узла (ШУ) на гидростатических подшипниках (ГСП). ГСП рассматривается как эквивалентная замкнутая симметричная гидростатическая опора (ГСО). Для анализа поведения динамической модели ГСП необходимо рассчитать и построить амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) системы при разных значениях амплитуды гармонического воздействия. В качестве объекта исследований выбран ШУ одного из наиболее совершенных в настоящее время станочных модулей модели ЛР400 ПМФ-4 (ЛСПО им Я.М. Свердлова, С.-Петербург) со следующими рабочими параметрами: диаметр шпинделя – 125 мм, длина и ширина опор – 90 мм, длина и ширина карманов опор – 78 мм, приведенная масса – 50 кг, рабочий зазор в ГСП – 45 мкм, динамическая вязкость рабочей жидкости – 0,06 Пас, давление питания $p_n = 10$ МПа, начальное давление в опоре $p_0 = 0,5 p_n$.

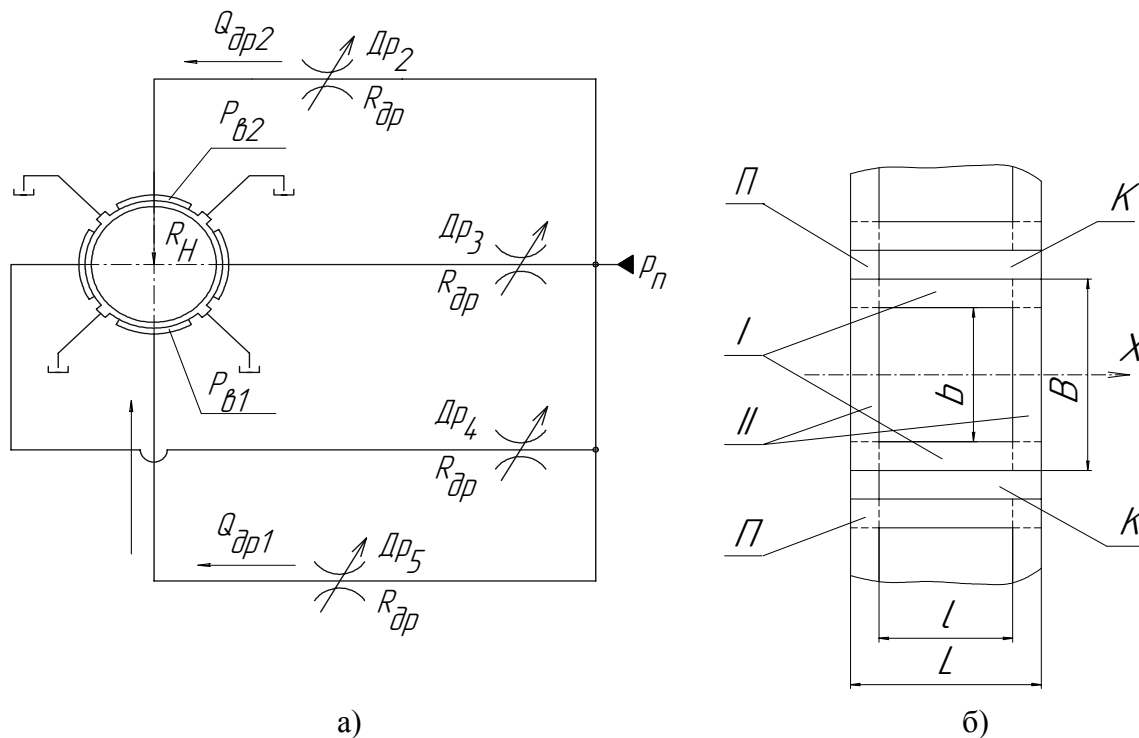


Рис. 1. Расчетная гидравлическая схема ГСП (а) и геометрические параметры на его развертке (б): I и II - соответственно осевые и радиальные дроселирующие перемычки; К - сливная разделительная канавка; П - торцевая заглушка

Переходя к анализу вынужденных колебаний в ГСП при приложении гармонической нагрузки в соответствии с расчетной гидравлической схемой (рис.1), используем систему уравнений движения и баланса расходов жидкости в безразмерных переменных: x (перемещение), y_1, y_2 (давления в противоположных опорах ГСП), аналогичную приведенной в [1] и имеющей вид:

$$\begin{cases} a_1 \ddot{x} = d_1 y_1 - d_2 y_2 - c_1 \frac{\dot{x}}{(1+x)^3} - c_2 \frac{\dot{x}}{(1-x)^3} + R + A \sin \omega t, \\ g_{12} \dot{y}_1 = -b_1 y_1 - g_{11} [(1+x)^3 (1+y_1) - 1] - g_{13} \dot{x}, \\ g_{22} \dot{y}_2 = -b_2 y_2 - g_{21} [(1-x)^3 (1+y_2) - 1] + g_{23} \dot{x}, \end{cases} \quad (1)$$

где R – постоянная составляющая нагрузки R_n , A – амплитуда переменной составляющей.

Для приближенного отыскания периодического решения нелинейных уравнений (1) используем метод гармонического баланса. При этом периодическое одночастотное решение ищем в виде:

$$\begin{cases} x = a_{cx} \cos \omega t + a_{sx} \sin \omega t + a_{ox}, \\ y_1 = a_{cy_1} \cos \omega t + a_{sy_1} \sin \omega t + a_{oy}, \\ y_2 = a_{cy_2} \cos \omega t + a_{sy_2} \sin \omega t + a_{oy_2}. \end{cases} \quad (2)$$

Обозначим нелинейные функции:

$$\begin{aligned} f^{(1)}(x, \dot{x}) &= \frac{\dot{x}}{(1+x)^3}, & f^{(2)}(x, \dot{x}) &= \frac{\dot{x}}{(1-x)^3}, \\ f^{(3)}(x, y_1) &= (1+x)^3 (1+y_1), & f^{(4)}(x, y_2) &= (1-x)^3 (1+y_2). \end{aligned} \quad (3)$$

Уравнения (1) с учетом (2) переписутся в виде:

$$\begin{cases} a_1 \ddot{x} = d_1 y_1 - d_2 y_2 - c_1 f^{(1)}(x, \dot{x}) - c_2 f^{(2)}(x, \dot{x}) + R + A \sin \omega t, \\ g_{12} \dot{y}_1 = -b_1 y_1 - g_{11} [f^{(3)}(x, y_1) - 1] - g_{13} \dot{x}, \\ g_{22} \dot{y}_2 = -b_2 y_2 - g_{21} [f^{(4)}(x, y_2) - 1] + g_{23} \dot{x}. \end{cases} \quad (4)$$

Раскладывая в ряд Фурье периодические функции $f^{(1)}$, $f^{(2)}$, $f^{(3)}$, $f^{(4)}$, полученные после подстановки в них соотношений (2), и удерживая первые гармоники и постоянные составляющие, приходим к системе алгебраических уравнений относительно коэффициентов разложений (2).

$$\begin{cases} -\omega^2 a_1 a_{cx} = d_1 a_{cy_1} - d_2 a_{cy_2} - c_1 f_c^{(1)} - c_2 f_c^{(2)}, \\ -\omega^2 a_1 a_{sx} = A + d_1 a_{sy_1} - d_2 a_{sy_2} - c_1 f_s^{(1)} - c_2 f_s^{(2)}, \\ R + d_1 a_{oy_1} - d_2 a_{oy_2} - c_1 f_o^{(1)} - c_2 f_o^{(2)} = 0, \\ \omega g_{12} a_{sy_1} = -b_1 a_{cy_1} - g_{11} f_c^{(3)} - g_{13} \omega a_{sx}, \\ -\omega g_{12} a_{cy_1} = -b_1 a_{sy_1} - g_{11} f_s^{(3)} + g_{13} \omega a_{cx}, \\ -b_1 a_{oy_1} - g_{11} [f_o^{(3)} - 1] = 0, \\ \omega g_{22} a_{sy_2} = -b_2 a_{cy_2} - g_{21} f_c^{(4)} + g_{23} \omega a_{sx}, \\ -\omega g_{22} a_{cy_2} = -b_2 a_{sy_2} - g_{21} f_s^{(4)} - g_{23} \omega a_{cx}, \\ -b_2 a_{oy_2} - g_{21} [f_o^{(4)} - 1] = 0. \end{cases} \quad (5)$$

Производя вычисления коэффициентов Фурье функций $f^{(i)}$, $i = 1, \dots, 4$ и считая, что опоры симметричны, а $R = 0$, в результате приходим к системе пяти нелинейных алгебраических уравнений относительно пяти неизвестных коэффициентов a_{cx} , a_{sx} , a_{cy_1} , a_{sy_1} , a_{oy_1} :

$$\begin{cases} -\omega^2 a_1 a_{cx} - 2d_1 a_{cy_1} + 2c_1 f_c^{(1)} = 0, \\ -\omega^2 a_1 a_{sx} - 2d_1 a_{sy_1} + 2c_1 f_s^{(1)} - A = 0, \\ \omega g_{13} a_{sx} + \omega g_{12} a_{sy_1} + b_1 a_{cy_1} + g_{11} f_c^{(3)} = 0, \\ -\omega g_{13} a_{cx} - \omega g_{12} a_{cy_1} + b_1 a_{sy_1} + g_{11} f_s^{(3)} = 0, \\ -b_1 a_{oy_1} - g_{11} [f_o^{(3)} - 1] = 0. \end{cases} \quad (6)$$

Решение системы уравнений (6) проводилось численно методом Ньютона. В качестве начального приближения принималось решение линеаризованной системы.

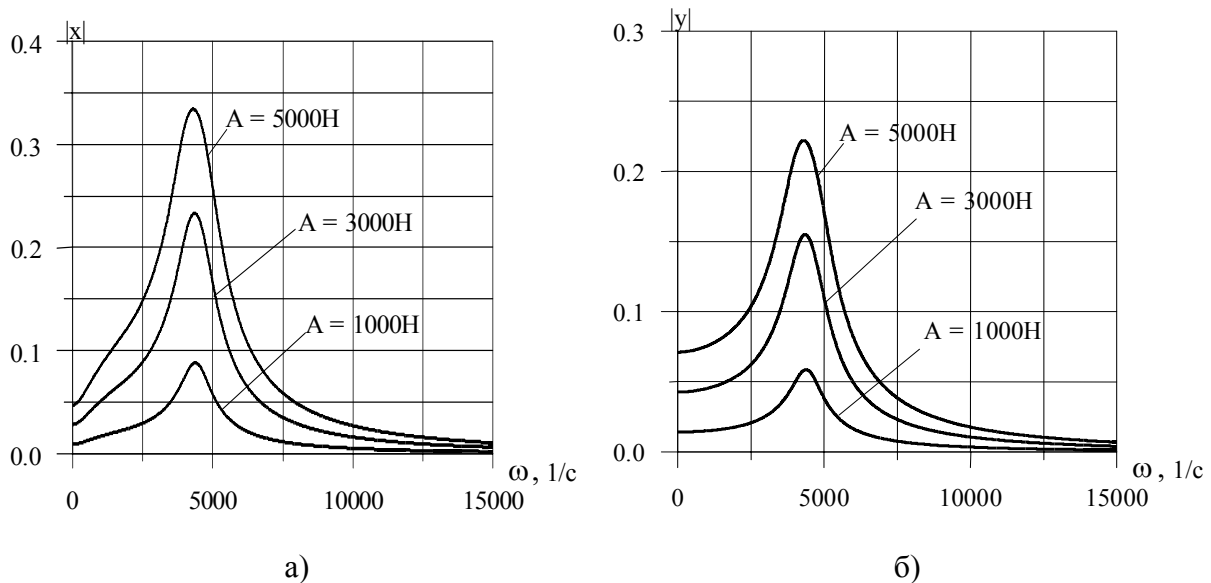


Рис. 2. АЧХ ГСП для смещения (а) и давления (б)

На рис.2 и 3 представлены АЧХ системы при различных значениях амплитуды A гармонического воздействия. При этом предполагалось, что $|x| = \sqrt{a_{cx}^2 + a_{sx}^2}$, $|y| = |y_1| = |y_2| = \sqrt{a_{cy_1}^2 + a_{sy_1}^2}$. Как следует из рис 2,а, амплитуда колебаний $|x|$ на резонансе ($\omega \approx 4400$ 1/с) более чем в 5 раз превышает величину статического смещения, скелетная кривая имеет слабовыраженный “мягкий” характер, а резонансная частота практически не зависит от амплитуды нагрузки.

В отличие от плоских разомкнутых гидростатических направляющих, внешнее гармоническое воздействие не вызывает дополнительного смещения шпинделя, что объясняется симметрией жесткостной характеристики опоры. Однако следует отметить, что даже при нулевой статической составляющей внешней силы постоянная составляющая давления $a_{oy} = a_{oy_1} = a_{oy_2}$ (рис.3) отлична от нуля и имеет резонансный характер. Так, при амплитуде внешнего воздействия $A = 5000$ Н снижение давления в опорах ГСП составляет на резонансной частоте около 2,5% от начального давления, т.е. на эту величину фактически снижается несущая способность ГСП. В тех случаях, когда у ГСП снижение a_{oy} достигает больших величин (5 % и более), особенно важно обеспечить

положение резонансного пика на частотах с гарантированным превышением относительно возможных частот вынужденных колебаний при обработке и автоколебаний.

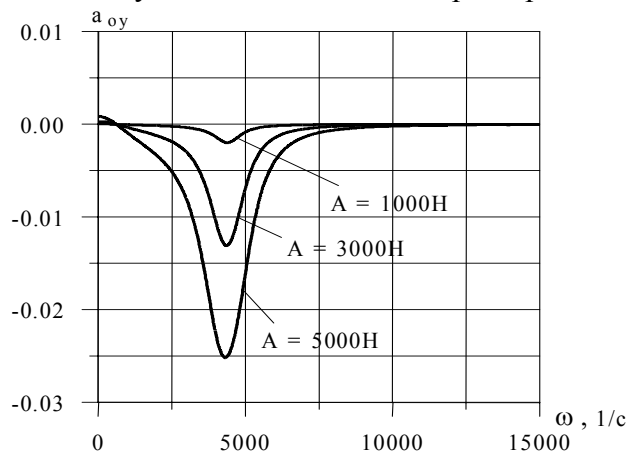


Рис. 3. АЧХ для постоянной составляющей давления

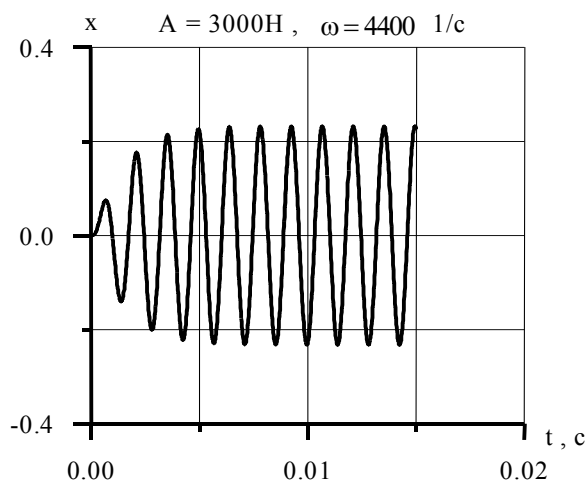


Рис. 4. Смещение узла при вынужденных колебаниях

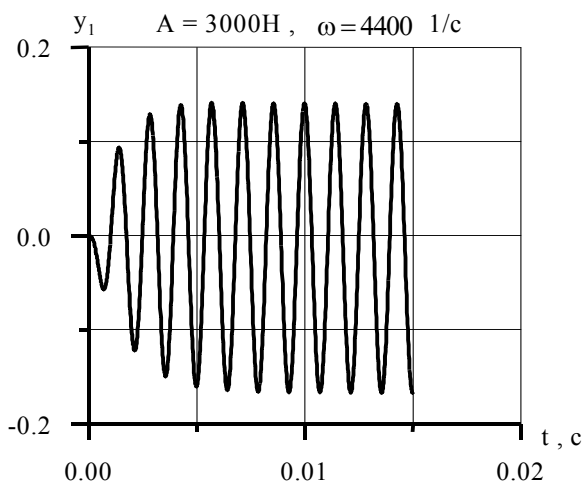


Рис.5. Давление в основной опоре при вынужденных колебаниях

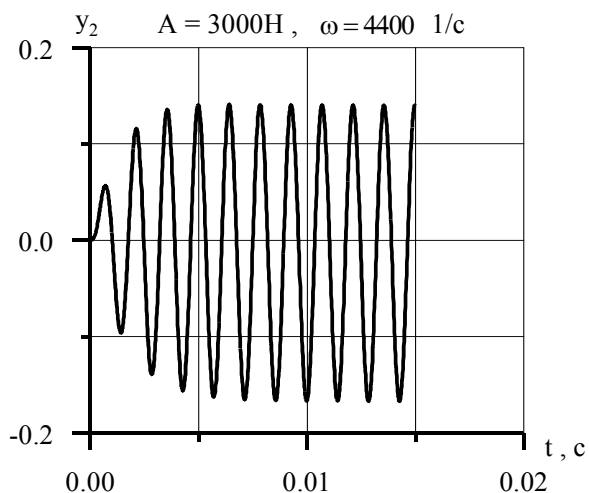


Рис.6. Давление в замыкающей опоре при вынужденных колебаниях

Как показали результаты численного интегрирования исходных уравнений (1) при $R=0$, $A=3000$ Н, $\omega = 4400$ $1/c$ (т.е. на резонансной частоте), представленные на рис.4 – 6 вы-

нужденные колебания системы близки к гармоническим. При этом амплитуда смещения x равна 0,233, что соответствует амплитуде $|x|$, найденной по АЧХ на рис.2,а при соответствующих значениях A и ω . Постоянная составляющая, как видно из рис. 4, равна нулю. Изменения давлений y_1 и y_2 в основной и замыкающей опорах происходят также по гармоническому закону, но в противофазе. При этом постоянные составляющие $a_{oy_1} = a_{oy_2} = -0,013$, а амплитуда давления равна 0,154, что также согласуется с результатами, представленными на рис. 2,б и рис. 3.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Привалов В.В., Привалова О.В., Прокопенко В.А., Скубов Д.Ю.** Аналитические исследования динамики шпиндельных гидростатических подшипников современных станков. В кн.: Актуальные проблемы механики. – СПб: ИПМаш, 2001.- с.305-315.

*Поступила в редакцию 14.04.2004
После доработки 21.06.2004*