

УДК 517 (53-57/59)
DOI 10.5862/TMM.39.3

Поступила в редакцию 26.08.2018

Принята к печати 20.11.2018



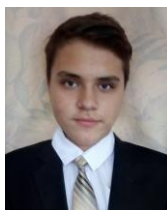
ИССЛЕДОВАНИЕ САМОВОЗБУЖДАЮЩИХСЯ КОЛЕБАНИЙ ТРУБОПРОВОДНЫХ СИСТЕМ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ НЕКОНСЕРВАТИВНОЙ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ НАГРУЗКИ

В.А. Пухлий, С.Т. Мирошниченко, А.К. Померанская, Н.Н. Москвичева, К.В. Пухлий



Пухлий Владимир Александрович – доктор технических наук, профессор кафедры «Паротурбинные установки» Севастопольского государственного университета, pu1611@rambler.ru

Мирошниченко Сергей Тимофеевич – кандидат технических наук, доцент, зав. кафедрой «Паротурбинные установки» Севастопольского технического университета, s.t.miroshnichenko@sevsu.ru



Померанская Александра Константиновна – научный сотрудник, Севастопольский государственный университет, 299015, Россия, г. Севастополь, ул. Курчатова, 7

Москвичева Нина Николаевна – ст. преподаватель, Севастопольский государственный университет, 299015, Россия, г. Севастополь, ул. Курчатова, 7

Пухлий Кирилл Владимирович – инженер АО «Аэротекс», kirya.pukhliy99@mail.ru

Рассмотрены процессы возникновения самовозбуждающихся колебаний трубопроводных систем при воздействии неконсервативной гидродинамической нагрузки. Приводится аналитическое решение уравнений движения трубопроводов с жидкостью на основе модифицированного метода последовательных приближений, разработанного проф. В.А. Пухлий.

Ключевые слова: трубопроводные системы, неконсервативные нагрузки, самовозбуждающиеся колебания, аналитическое решение, модифицированный метод последовательных приближений

Введение

Основные работы по прочности трубопроводных систем появились в 80-х годах прошлого столетия. Одной из наиболее важных является монография профессора Д.Л. Костовецкого [1].

В ядерной энергетике расчету трубопроводов на статическую прочность посвящены специальные нормы и правила [2], вопросы прочности регламентируют также СНиП [3] и др.

Между тем, трубопроводы, работающие в условиях сложного гидродинамического нагружения зачастую подвержены значительным колебаниям и как следствие могут потерять гидродинамическую устойчивость и быть разрушенными, хотя статические напряжения не будут превышать допускаемые напряжения.

В работе Т. Бенджамина [4] изложены результаты теоретических и экспериментальных исследований динамического поведения шарнирно опертых трубопроводов.

В дальнейшем А.Турман и С.Маут [5] исследовали нелинейные колебания шарнирно опертых трубопроводов.

М.Пайдуссис и Н.Иссид [6] исследовали динамическое поведение шарнирно оперных трубопроводов, как с учетом демпфирования, так и без его учета. Они исследовали флаттер, следующий после начальной дивергенции, а также ответили на вопрос, как процесс демпфирования разрушает временную гироскопическую устойчивость.

Р.Плаут и К.Хусейн [7] исследовали линейное поведение без демпфирования шарнирно опертых трубопроводов методом Бубнова.

Весьма важное значение при исследовании динамического поведения трубопроводов имели работы П.Холмса [8]. Он исследовал закритическое поведение трубопроводов при нелинейных колебаниях. П.Холмс установил, что при наличии демпфирования трубопроводы не работают в режиме незамирающего флаттера в предельном цикле вследствие отсутствия неконсервативного источника энергии, поскольку флаттер с увеличивающейся амплитудой наблюдается при нагрузке выше 2-й эйлеровой критической нагрузки, и имеет место в системе, проходящей через максимум энергии.

П.Холмс установил, что за колебательный процесс переходов через максимум ответственные силы Кориолиса, хотя они и не совершают работу.

Подчеркнем, что трубопровод, жестко заземленный по концам, характеризуется таким же динамическим поведением, что и свободно опертый по концам трубопровод [6].

Для консольных трубопроводов Т.Бенджамин [4] установил, что демпфирование консольных трубопроводов обуславливается силами Кориолиса, вследствие чего в этом случае отпадает необходимость введения демпфирования конструкции.

Интересные экспериментальные результаты по вибрации трубопроводов ядерной энергетики приводятся в работе В.А.Герлиги и Т.С.Мирошниченко [9]. Существенные нелинейные самовозбуждающиеся колебания, рассмотренные в [9], обусловлены неконсервативной гидродинамической нагрузкой. Заметим, что сюда относятся также вибрации, обусловленные водоворотами в

местах швартовки судов, а также динамическая неустойчивость плавучих нефтегазовых платформ. Следует также отметить, что техническими проблемами неустойчивости, вызываемой жидкостью, являются неустойчивости Матье, характерные для привязанных нефтегазовых платформ (платформы на опоре, плавучих привязанных платформ, секционных вышек и др.), которые возникают при воздействии установившегося движения цепочки поверхностных волн.

Постановка цели и задач научного исследования

Целью работы является изучение вопросов самовозбуждающихся колебаний трубопроводных систем при воздействии неконсервативной гидродинамической нагрузки, для чего анализируются консервативные и неконсервативные нагрузки, воздействующие на трубопроводы. Предлагается аналитическое решение задачи на основе разработанного проф.В.А.Пухлий модифицированного метода последовательных приближений [17, 18].

Консервативные и неконсервативные нагрузки

Рассмотрим нагрузки, действующие в природе и технике. Отметим, что жидкость (вода и др.) быстро текущая через трубопровод, будет непрерывно перекачивать энергию в систему, обуславливая при этом весьма опасные вибрации и более того в ряде случаев разрушение. Подчеркнем, что изменение энергии системы взаимодействующей с потоком жидкости, объясняется не диссипацией, присутствующей всегда за счет внутреннего трения, а наличием источника энергии.

Заметим, что в гидродинамике гидродинамическая нагрузка не имеет потенциала, поэтому называется неконсервативной [10].

В аэродинамике воздушный поток, обдувающий сооружение, может непрерывно перекачивать энергию в систему, вызывая большие и опасные вибрации, приводящие к разрушению. Это тоже неконсервативная нагрузка. Ярким примером является разрушение (флаттер) подвесного моста Такома (США, Вашингтон) с длиной пролета 1100 м

и 1940 г в результате нелинейных крутильных колебаний под действием воздушного потока (скорость ветра составила свыше 70 км/час).

В противовес этим видам неконсервативной нагрузки сила тяжести, которая для тела массы m , находящимся на высоте h в гравитационном поле напряженности g , будет иметь потенциал mgh , поэтому данный вид нагрузки называется консервативной.

В случае, если нагрузка на упругую конструкцию является неконсервативной, простой энергетический статический критерий устойчивости невозможен, вследствие чего имеют место динамические бифуркации устойчивости. Заметим, что динамически бифуркации Хопфа в современной прикладной науке изучаются в теории катастроф [11, 12].

Катастрофой называется переход системы от устойчивого состояния с малыми флуктуациями, затухающими возмущениями к состоянию, когда некоторые из флуктуаций начинают выделяться по амплитуде, приобретать устойчивый колебательный характер, и при стечении ряда факторов переводит систему в новое состояние, далекое от равновесия (рис.1).

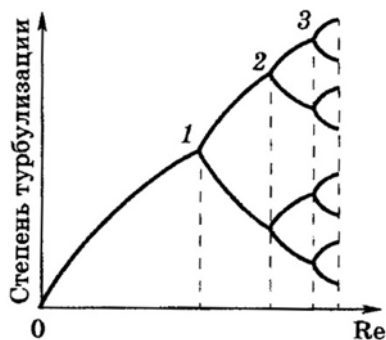


Рис.1. К теории бифуркаций Е.Хопфа [13].

На рис.1 показан процесс течения вязкой жидкости. Кривая 0-1 соответствует ламинарному течению жидкости, когда случайно возникшие флуктуации скорости самопроизвольно уменьшаются, не приводя к нарушению этого установившегося течения. С увеличением критерия Рейнольдса $Re = vl/\nu$ (v – скорость потока; l – характерный размер; ν – кинематическая вязкость) выше критического значения, некоторые из флуктуаций скорости не затухают, течение теряет

устойчивость и переходит в новый режим. Такая перестройка течения по предложению Е.Хопфа [13] называется 1-й бифуркацией (раздвоением). Дальнейшее увеличение критерия Re приводит к следующим бифуркациям (рис.1), при этом турбулентность приобретает все более мелкие масштабы.

Течение жидкости в гибком упругом трубопроводе

Рассмотрим течение жидкости в гибком упругом трубопроводе (рис.2) под действием на него по всей длине некоторой силы.

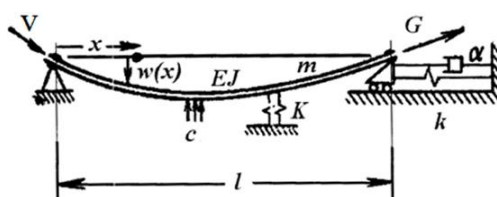


Рис.2. Участок шарнирно опертого трубопровода с жидкостью.

На рис.2 обозначено: $w(x, t)$ – поперечное перемещение элемента трубопровода (прогиб) в момент времени t ; m и G – масса трубопровода и жидкости соответственно; c – коэффициент трения с воздухом, окружающим трубопровод; k – жесткость упругого основания при опирании трубопровода на основание; EJ – жесткость трубопровода на изгиб; l – длина трубопровода.

В случае изогнутого и подвижного участка трубопровода, жидкость будет испытывать центростремительное ускорение v^2/R , где v – скорость жидкости, R – локальный радиус кривизны трубопровода. В результате возникает поперечная центробежная сила $Gv^2\delta x/R$, действующая на элемент трубопровода длиной δx , где G – масса жидкости на единицу длины ($G=\rho S$, где ρ – плотность жидкости; S – площадь поперечного сечения трубопровода). Отметим, что поперечные центробежные силы, распределенные по всей длине трубопровода, механически эквивалентны сжимающей торцевой нагрузке Gv^2 , приложенной у выходного отверстия [14]. Заметим, что физически при

отсутствии сопла такой торцевой нагрузки нет.

Следует также отметить, что для шарнирно опертого трубопровода поперечные перемещения на концах равны нулю и при этом через один конец жидкость выливается наружу, сила со стороны жидкости Gv^2 является консервативной. Данная сила может изогнуть первоначально прямой трубопровод при критической продольной силе Эйлера, равной $Gv^2 = \pi^2 EJ/l^2$.

Такая статическая потеря устойчивости носит название дивергенции и отличается от колебательного динамического флаттера. В физическом смысле она аналогична статической потере устойчивости для механически нагруженного стержня и соответствует нелинейной устойчиво симметричной точке ветвления.

Что касается трубопровода консольно закрепленного, у которого из другого конца вытекает жидкость, что сила со стороны жидкости Gv^2 будет касательной по отношению к свободному концу. Данная следящая сила будет неконсервативной и не может быть получена из рассмотрения энергии системы. Она является циркуляционной и может перекачивать энергию в течение любого замкнутого цикла колебаний. Подчеркнем, что эффективная торцевая сила не может удержать консольный трубопровод в статическом изогнутом состоянии.

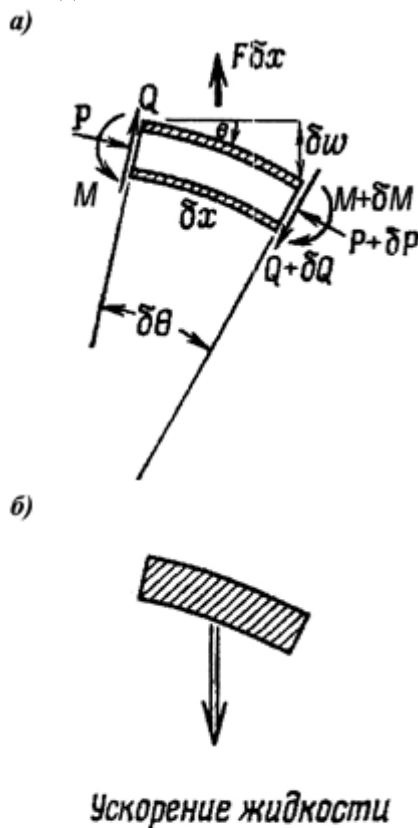
Отсюда следует весьма важный вывод: для консольного трубопровода не существует решений уравнений равновесия, как с малыми, так и с большими прогибами, отличными от тривиального прямого состояния. Следовательно, консольный трубопровод не имеет статических бифуркаций.

Из экспериментальных исследований следует, что при определенной скорости потока неизогнутая форма трубопровода становится неустойчивой, в результате чего в трубопроводе возникают динамические колебания большой амплитуды. Неустойчивость данного типа соответствует динамической бифуркации Хопфа, при которой осуществляется экспоненциальный рост колебаний.

На рис.3 показаны силы и моменты, действующие на элемент трубопровода. Здесь P

– сжимающие усилия; M – изгибающий момент; Q – поперечная сила.

Рассмотрим дифференциальные уравнения движения при малых поперечных перемещениях $w(x, t)$ упругого элемента трубопровода. В таблице 1 приведены основные силы, действующие на элемент трубопровода с жидкостью.



$$v^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2v \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} + \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}$$

Рис.3 Силы и моменты, действующие на элемент трубопровода:

а) элемент трубопровода;

б) ускорение жидкости.

Рассмотрим эти силы более подробно.

1-й член в таблице 1 представляет собой силу инерции единицы длины трубопровода с жидкостью с массами m и G соответственно, умноженными на поперечное ускорение $\partial^2 w / \partial t^2$.

2-й член описывает вязкое демпфирование со стороны воздуха, окружающего трубопровод, он равен произведению коэффициента трения c на поперечную скорость

$\partial w / \partial t$. Заметим, что в общем случае воздух не является линейным вязким демпфером.

3-й член описывает демпфирование, связанное с вязкоупругими свойствами мате-

риала трубопровода. Здесь E^*J – параметр трубопровода, аналогичной жесткости трубопровода на изгиб EJ .

Таблица 1. Силы, действующие на элемент трубопровода с жидкостью (трубопровод шарнирно опертый).

№ п/п	$\sum F_i = 0$	Вид силы	Коэффициенты уравнения (7)	Вклад членов в уравнение (7)	Матрицы уравнения (7)
1.	$(m + G) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}$	Инерция	m_{ij}	$\frac{1}{2}l(m + G)$	$\begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix}$
2.	$c \frac{\partial w}{\partial t}$	Демпфирование воздуха	g_{ij}	$\frac{1}{2}lc$	$\begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix}$
3.	$E^*J \frac{\partial^5 w}{\partial x^4 \partial t}$	Демпфирование трубопровода		$\frac{E^*J}{2} \left(\frac{\pi}{l} \right)^4$	$\begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 16 \end{matrix}$
4.	$2\nu G \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t}$	Кориолисова сила действующая на жидкость		$2\nu G \frac{4}{3}$	$\begin{matrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{matrix}$
5.	$EJ \frac{\partial^4 w}{\partial x^4}$	Упругая сила	c_{ij}	$\frac{EJ}{2} \left(\frac{\pi}{l} \right)^4$	$\begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 16 \end{matrix}$
6.	$P_0 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$	Предварительное сжатие		$\frac{P_0}{2} \left(\frac{\pi}{l} \right)^2$	$\begin{matrix} -1 & 0 \\ 0 & -4 \end{matrix}$
7.	Kw	Реакция основания		$\frac{1}{2}lk$	$\begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix}$
8.	$Gv^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$	Центробежная сила, действующая на жидкость	c_{ij}	$\frac{Gv^2 l}{2} \left(\frac{\pi}{l} \right)^2$	$\begin{matrix} -1 & 0 \\ 0 & -4 \end{matrix}$
9.	$-\frac{k}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \int_0^l \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx$	Осевая упругая сила	M_i	$\frac{kl^2}{8} \left(\frac{\pi}{l} \right)^4$	$\begin{matrix} q_1^3 + 4q_1q_2^2 \\ 4q_1^2q_2 + 16q_2^3 \end{matrix}$
10.	$-\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial}{\partial t} \frac{\alpha}{2} \int_0^l \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx$	Осевая вязкость		$\frac{\alpha l^2}{4} \left(\frac{\pi}{l} \right)^4$	$\begin{matrix} q_1^2 \dot{q}_1 + 4q_1q_2 \dot{q}_2 \\ 4q_1 \dot{q}_1 q_2 + 16q_2^2 \dot{q}_2 \end{matrix}$

4-й член представляет собой силу Кориолиса, где смешанная производная $\partial^2 w / \partial x \partial t$ является скоростью вращения элемента трубопровода. Заметим, что данный член линейный относительно скорости жидкости v .

5-й член следует из теории упругости и обуславливается сдвиговой силой, действующей внутри трубопровода.

6-й член описывает дестабилизирующее воздействие мембранного сжатия P_0 и обуславливается результатом взаимодействия

мембранного усилия сжатия и кривизны трубопровода $\partial^2 w / \partial x^2$.

7-й член имеет место в случае опирания на сплошное упругое основание с жесткостью K , при этом основание действует на единицу длины трубопровода поперечной силой Kw .

8-й член обуславливается центробежными силами и равен величине Gv^2 , умноженной на кривизну $\partial^2 w / \partial x^2$. Заметим, что

данный член эквивалентен воздействию предварительного сжатия P_0 .

9-й и 10-й нелинейные члены имеют место при учете влияния продольных перемещений и в дальнейшем анализе не учитываются.

Приравнивая сумму первых 8-ми членов (таблица 1) нулю, получим линейные дифференциальные уравнения движения трубопровода¹:

$$M = EJ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + E^* J \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial t}; \quad (1)$$

$$\frac{\partial M}{\partial X} = -Q; \quad (2)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = F + P \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}. \quad (3)$$

Уравнение (3) запишем в операторной форме:

$$L[w(x)] = 0. \quad (4)$$

Здесь L – линейный дифференциальный оператор.

Запишем решение уравнения (4) в виде ряда Фурье:

$$w(x, t) = q_1(t) \sin \frac{\pi x}{1} + q_2 \sin \frac{2\pi x}{1}. \quad (5)$$

Выражение (5) удовлетворяет граничным условиям для шарнирно опертого трубопровода.

В дальнейшем к решению уравнения (4) применим метод Бубнова [15]. В соответствии с методом Бубнова из уравнения (4) следуют следующие интегральные соотношения:

$$\int_0^1 L[w(x)] \sin \frac{\pi x}{1} dx = 0; \\ \int_0^1 L[w(x)] \sin \frac{2\pi x}{1} dx = 0. \quad (6)$$

В результате интегрирования соотношений (6), получим систему 2-х обыкновенных дифференциальных уравнений 2-го порядка:

$$m_{ij} \ddot{q}_j + g_{ij} \dot{q}_j + c_{ij} q_j = 0. \quad (7)$$

В выражении (7) суммирование производится по повторяющимся индексам ($i, j = 1, 2$), точка обозначает дифференцирование по времени t . В последних столбцах таблицы 1

приводятся вклады, которые дают различные члены уравнения в m_{ij} , g_{ij} , c_{ij} .

Анализ уравнений движения трубопровода

Прежде всего, отметим, что воздушное демпфирование и демпфирование трубопровода описываются симметричными положительно определенными матрицами: первая имеет тот же вид, что и матрица инерции, вторая имеет тот же вид, что и матрица упругости.

Симметричные матрицы упругости и предварительного сжатия приводят к 2-м самым низким критическим эйлеровым нагрузкам для стержня. Заметим, что предварительное сжатие возрастает за счет центробежных сил Gv^2 .

Упругое основание описывается простой диагональной матрицей, что позволяет определить эйлеровы нагрузки для стержня на упругом основании.

Отметим, что силы Кориолиса дают антисимметричную матрицу, в результате эти силы не совершают работу, следовательно, их можно классифицировать как гироскопические. Таким образом, 2 дифференциальных уровней движения (7) связаны только через силы Кориолиса. Так как в рассматриваемой гироскопической системе существует положительно определенное демпфирование, минимум общей потенциальной энергии будет необходимым и достаточным условием устойчивости.

Вследствие непрерывной диссипации энергии образование предельных циклов будет невозможным, следовательно, будет иметь место динамическая бифуркация Хопфа [13].

Рассмотрим линейное приближение без учета гироскопических сил, что позволит получить информацию об устойчивости трубопровода с жидкостью. Подчеркнем, что при равенстве v и G нулю мы получим уравнения, которые будут описывать динамику демпфирования эйлерова стержня с учетом или без учета упругого основания. Исключая из анализа члены, связанные с силой Кориолиса, приходим к случаю расщепления уравнений движения, в результате

¹ Вывод уравнений приводится в работе [6].

чего образуются 2 независимых затухающих линейных осциллятора.

Так как демпфирование всегда положительное при нулевой жесткости будет реализовываться статическая потеря устойчивости (дивергенция) т.е. при $c_{11} = 0$ получим потерю устойчивости по первой моде:

$$P_0 + Gv^2 = EJ \left(\frac{\pi}{1} \right)^2 + K \left(\frac{\pi}{1} \right)^2. \quad (8)$$

Из условия $c_{22} = 0$, приходим к потере устойчивости по 2-й моде:

$$P_0 + Gv^2 = 4EJ \left(\frac{\pi}{1} \right)^2 + \frac{1}{4} K \left(\frac{\pi}{1} \right)^2. \quad (9)$$

Здесь вследствие потока жидкости имеет место увеличение эффективного сжатия на Gv^2 .

Проанализируем влияние упругого основания на колебательный процесс: при $G = K = v = 0$ имеет место обычная формула Эйлера для критической нагрузки.

Следует отметить, что качественный анализ уравнений движения трубопроводов с жидкостью позволяет в ряде случаев получить достаточно простые решения, основанные на теории бифуркаций и катастроф [11, 12].

Сложнее дело обстоит в самом общем случае, когда могут учитываться почти все нагрузки (консервативные и неконсервативные). В этом случае система обыкновенных дифференциальных уравнений (7) будет иметь в общем случае переменные коэффициенты, и решение таких систем уравнений, как правило, осуществляется численными методами [16].

Ниже излагается аналитический метод интегрирования систем обыкновенных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами [17, 18].

Аналитическое решение уравнение движения трубопроводов с жидкостью

Представим системы 2-х обыкновенных дифференциальных уравнений 2-го порядка (7) следующим образом:

$$m_{ij} \frac{d^2 q_j}{dt^2} + g_{ij} \frac{dq_j}{dt} + c_{ij} q = 0. \quad (10)$$

Прежде чем представить систему уравнений (10) в нормальной форме Коши, необходимо ввести замену переменных [16]:

$$q_1 = q; \quad q_2 = \frac{dq}{dt}; \quad q_n = \frac{d^{n-1} q}{dt^{n-1}}. \quad (11)$$

В результате замены переменным получим систему 4-х дифференциальных уравнений первого порядка с переменными коэффициентами в нормальной форме Коши:

$$\frac{dX_m}{d\xi} = \sum_{v=1}^m B_{v,m} X_v + \lambda_m X_m \quad (m = 1, 2, \dots, 4). \quad (12)$$

Здесь X_m – неизвестные безразмерные функции; $B_{v,m}$ – переменные коэффициенты;

λ_m – параметр частоты; $\xi = \frac{t}{t_0}$ – безразмер-

ная временная координата; v – номер неизвестной функции, при которой стоит коэффициент $B_{v,m}$. Переменные коэффициенты $B_{v,m}$ представляются через смещенные полиномы Чебышева [18]:

$$B_{v,m} = \sum_{r=0}^q b_{v,m,r} d_r^{-1} \sum_{k=0}^r a_k T_k^*(\xi), \quad (13)$$

Здесь q – степень интерполяционного полинома; a_k – коэффициенты разложения ξ^r в ряд по многочленам Чебышева $T_k^*(\xi)$. В выражениях (13) $d_r = 1$ для $r = 0$ и $d_r = 2^{2r-1}$ для остальных r .

Общее решение системы уравнений (12) имеет следующий вид [18]:

$$X_m = \sum_{\mu=1}^s C_{\mu} \left[d_0^{-1} a_0 T_0^*(\xi) \delta + \sum_{n=1}^{\infty} X_{m,\mu,n} \right], \quad (14)$$

$$\text{где } X_{m,\mu,n} = \sum_{\eta=0}^n \phi_{\eta} \cdot \lambda^{\eta}. \quad (15)$$

Здесь μ – степень фундаментальной функции; C_{μ} – постоянные интегрирования.

В решении (14) будет $\delta = 1$, если $m = \mu$ и $\delta = 0$ для остальных μ .

В выражении (15) функции ϕ_{η} определяются через смещенные полиномы Чебышева следующим образом:

$$\begin{aligned} & \text{– при } \eta = 0 \\ \phi_{\eta=0} &= \sum_{j=1}^{\beta} t_{m,\mu,n,j} [d_{n+j-1} (n+j-1)!]^{-1} \times \end{aligned}$$

$$\times \sum_{k=0}^{n+j-1} a_k T_k^*(\xi); \quad (16)$$

– при $\eta \neq 0$

$$\phi_{\eta \neq 0} = \sum_{j=1}^{\beta_1} t_{m,\mu,n,j}^* \left[d_{n+j-2+\eta+\delta_1} (n+j-2+\eta+\delta_1) \right]^{-1} \times \\ \times \sum_{k=0}^{n+j-2+\eta+\delta_1} a_k T_k^*(\xi), \quad (17)$$

где $\beta = n(q+3) - 2$.

Системы фундаментальных функций (16) и (17) являются равномерно сходящимися рядами, при этом коэффициенты $t_{m,\mu,\eta,j}$ и $t_{m,\mu,n,j}^*$ определяются через коэффициенты предыдущего приближения по рекуррентным формулам:

– при $\eta = 0$

$$t_{m,\mu,m,j} = \sum_{v=1}^s \sum_{r=0}^q b_{v,m,r} t_{v,\mu,n-1,j-r} (n+j-1)^{-1} \times \\ \prod_{\gamma=0}^r (n+j-1-\gamma);$$

– при $\eta \neq 0$

$$t_{m,\mu,n,j}^* = \sum_{v=1}^s \sum_{r=0}^q b_{v,m,r} t_{v,\mu,n-1,\eta,(j-k)} \times \\ \times \frac{\prod_{\gamma=0}^r (n+j-2+\eta+\delta_1-\gamma)}{(n+j-2+\eta+\delta_1)} +$$

$$+ \sum_{v=1}^s \sum_{r=0}^q \beta_{v,m,r} \cdot t_{v,m(n-1),(\eta-1),(j-k+1)}.$$

В дальнейшем, удовлетворяя начальным условиям, получим систему однородных алгебраических уравнений относительно произвольных постоянных C_μ , решение которой и определяет спектр значений безразмерных частот λ_m , а также формы и амплитуды колебаний трубопроводных систем.

Выводы

На основании вышеизложенного можно сделать следующие выводы:

1. Самовозбуждающиеся колебания трубопроводных систем при воздействии неконсервативной гидродинамической нагрузки представляют собой значительный теоретический и практический интерес, поскольку в ряде случаев приводит к катастрофам.

2. Важное значение в связи с этим имеет вопрос построения аналитического решения задачи о самовозбуждающихся колебаниях трубопроводных систем при воздействии неконсервативной нагрузки.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и города Севастополя в рамках научного проекта №18-48-920002.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Костовецкий Д.Л.** Прочность трубопроводных систем энергетических установок. – Ленинград: Изд-во «Энергия», 1973. – 264 с.
2. Нормы расчета на прочность оборудования и трубопроводов атомных энергетических установок (ПНАЭ Г-002-86). – Госатомэнергонадзор СССР. – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 525 с.
3. СНиП 2.04.12-86. Расчет на прочность стальных трубопроводов. Строительные нормы и правила. – М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1986. – 16 с.
4. **Bendjamin T.B.** Dynamics of a system of articulated pipes conveying fluid. – Proc. Roy. Soc. London, Ser.A., 1961, vol.261, p.457-486.
5. **Thurman A.L., Mote C.D.**, Nonlinear oscillation of a cylinder containing a flowing fluid. – J.Engng for Industry, 1960, vol.91, p.1147-1158.
6. **Paidoussis M.P., Issid N.T.** Dynamic stability of pipes conveying fluid. – J. Sound and Vibr., vol.33, 1974, p.267-272.
7. **Plat R.H., Huseyin K.** Instability of fluid-conveying pipes under axial load. – J. Appl. Mech., 1975, vol.42, p.889-897.

8. **Holmes P.J.** Bifurcations to divergence and flutter in flow induced oscillations: a finite dimensional analysis. – J. Sound. and Vibr., 1977, vol.53, p.471-489.
9. **Герлига В.А., Мирошниченко С.Т., Коваль В.А. и др.** Анализ вибросостояния трубопроводов рециркуляции спринклерной системы энергоблоков АЭС. – Сб. научных трудов СНУЯЭиП, вып.3(43), 2012, с.7-15.
10. **Болотин В.В.** Неконсервативные задачи теории упругой устойчивости. – М.: Физматгиз, 1961. – 340 с.
11. **Арнольд В.И.** Теория катастроф. – М.: Изд-во МГУ, 1983. – 370 с.
12. **Пухлий В.А.** Проблемы прогнозирования отказов оборудования жизнеобеспечивающих систем на объектах повышенной опасности. – Сб. научных трудов СНУЯЭиП, вып.4(48), 2013, с.234-245.
13. **Hopf E.** Abzweigung einer periodischen Lösung von einer stationären Lösung einer Differentialsystems. – Berichten der Math-Phys, Klass der Sachlischen Akademie der Wissenschaften zu Leipzig, 1942, Band 94, s.3-22.
14. **Thompson J.M., Lunn T.S.** Static elastic formulations of a pipe conveying fluid. – J. Sound and Vibr., vol.77, 1981, p.127-136.
15. **Пухлий В.А.** Научные труды в 4-х томах. Том 2. Однородные и слоистые оболочки переменной жесткости. – Севастополь: Изд-во «Черкасский ЦНТЭИ», 2002. – 362 с.
16. **Пухлий В.А.** Численные методы. Теория и приложения в системе MATLAB: В 2-х томах. Том 1. – Севастополь, 2007, - 412 с. Том 2. – Севастополь, 2008. – 742 с.
17. **Пухлий В.А.** Об одном подходе к решению краевых задач математической физики. – Дифференциальные уравнения, 1979, 15, №11, с.2039-2043.
18. **Пухлий В.А.** Решение начально-краевых задач математической физики модифицированным методом последовательных приближений. – Обзорение прикладной и промышленной математики, 2017, том 24, вып.1, с.33-44.

DOI 10.5862/TMM.39.3

*Article history: Received 26.08.2018**Accepted 20.11.2018*

**RESEARCH OF SELF-RAISED
FLUCTUATIONS OF PIPELINE SYSTEMS AT
INFLUENCE OF NONCONSERVATIVE
HYDRODYNAMIC LOADING***V.A.Pukhliy, S.T.Miroshnichenko, A.K.Pomeranskaja,
N.N.Moskvicheva, K.V.Pukhliy**The Sevastopol state university, 299015, Russia, Sevastopol,
street Kurchatova, 7*

Processes of occurrence of self-raised fluctuations of pipeline systems are considered at influence of nonconservative hydrodynamic loading. The analytical decision of the equations of movement of pipelines with a liquid on the basis of the modified method consecutive approaches, the developed prof. V.A.Puhly is resulted.

Keywords: pipeline systems, the nonconservative loadings, self-raised fluctuations, the analytical decision, the modified method consecutive approaches.

REFERENCES

1. **Kostovetsky D.L.** Durabilit of pipeline systems of power installations. - Leningrad: Publishing house "Energy", 1973. - 264 p.
2. Norms of calculation on durability of the equipment and pipelines of nuclear power installations (PNAE G-002-86). - Gosatomenergoadzor the USSR. - M: Energoatomizdat, 1989. - 525 p.
3. СНиП 2. Calculation on durability of steel pipelines. Building norms and rules. - M: ZITP Gosstroy of the USSR, 1986. - 16 p.
4. **Bendjamin T.B.** Dynamics of a system of articulated pipes conveying fluid. – Proc. Roy. Soc. London, Ser.A., 1961, vol.261, p.457-486.
5. **Thurman A.L., Mote C.D.**, Nonlinear oscillation of a cylinder containing a flowing fluid. – J.Engng for Industry, 1960, vol.91, p.1147-1158.
6. **Paidoussis M.P., Issid N.T.** Dynamic stability of pipes conveying fluid. – J. Sound and Vibr., vol.33, 1974, p.267-272.
7. **Plat R.H., Huseyin K.** Instability of fluid-conveying pipes under axial load. – J. Appl. Mech., 1975, vol.42, p.889-897.
8. **Holmes P.J.** Bifurcations to divergence and flutter in flow induced oscillations: a finite dimensional analysis. – J. Sound. and Vibr., 1977, vol.53, p.471-489.
9. **Gerliga V. A, Miroshnichenko S.T., Koval V. A, etc.** The Analysis vibrations pipelines recirculation sprinclar systems of power units of the atomic power station. - Collection Proceedings SNUNandI, rel.3 (43), 2012, p.7-15.
10. **Bolotin V.V.** Nekonservativnye problems of the theory of elastic stability. - M: Fizmathgiz, 1961. - 340 p.

11. **Arnold V. I.** The theory of accidents. - M: Moscow State University Publishing house, 1983. - 370 p.
12. **Pukhliy V. A.** Problems of forecasting of refusals of the equipment vital activity systems on objects of the raised danger. – Collection Proceedings SNUNandI, rel.4 (48), 2013, p.234-245.
13. **Hopf E.** Abzweigung einer periodischen Lösung von einer stationären Lösung einer Differentialsystems. – Berichten der Math-Phys, Klass der Sachlichen Akademie der Wissenschaften zu Leipzig, 1942, Band 94, p.3-22.
14. **Thompson J.M., Lunn T.S.** Static elastic formulations of a pipe conveying fluid. – J. Sound and Vibr., vol.77, 1981, p.127-136.
15. **Pukhliy V. A.** Proceedings in 4 volumes. Volume 2. Homogeneous and layered shells of variable rigidity. - Sevastopol: Publishing house «Cherkassk ZNTEI», 2002.- 362 p.
16. **Pukhliy V. A.** Numerical methods. The theory and applications in system MATLAB: In 2 volumes. Volume 1. - Sevastopol, 2007, - 412 p. Volume 2. - Sevastopol, 2008. - 742 p.
17. **Pukhliy V. A.** About one approach to the decision of regional problems of mathematical physics. - The differential equations, 1979, 15, №11, p.2039-2043.
18. **Pukhliy V. A.** The decision of nachalno-regional problems of mathematical physics the modified method consecutive approaches. - The Review of applied and industrial mathematics, 2017, volume 24, rel.1, p.33-44.