

О МЕТОДЕ ОГИБАНИЯ В ТЕОРИИ ЗАЦЕПЛЕНИЯ

1. Сведения из математики и механики

1.1. Кривые на плоскости и в пространстве

На плоскости с декартовыми осями x, y кривую можно задать в *явном*

$$y = f(x) \quad (1.1)$$

или в *неявном* виде

$$F(x, y) = 0, \quad (1.2)$$

но чаще бывает удобным *параметрическое* задание кривой

$$x = x(q), \quad y = y(q). \quad (1.3)$$

Если обозначить через $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$ радиус-вектор точки $M(x, y)$, то уравнения (1.3) можно записать в *векторной форме*

$$\mathbf{r}(q) = x(q)\mathbf{i} + y(q)\mathbf{j}, \quad (1.4)$$

где \mathbf{i}, \mathbf{j} - орты декартовых осей.

Если координата q является временем, то уравнение

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(q) \quad (1.5)$$

дает закон движения точки по траектории. Уравнение прямой линии в такой форме имеет вид

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{v}q, \quad (1.6)$$

а уравнение эллипса

$$\mathbf{r} = a_1 \cos q\mathbf{i} + a_2 \sin q\mathbf{j}, \quad (1.7)$$

где $\mathbf{r}_0, \mathbf{v}, a_1, a_2$ - константы.

Вектор производной

$$\mathbf{r}'(q) \equiv d\mathbf{r}/dq = x'(q)\mathbf{i} + y'(q)\mathbf{j} \quad (1.8)$$

направлен по касательной к кривой.

В трехмерном пространстве кривая также задается уравнением (1.5), но в этом случае

$$\mathbf{r}(q) = x(q)\mathbf{i} + y(q)\mathbf{j} + z(q)\mathbf{k} \equiv \sum_{m=1}^3 x_m \mathbf{i}_m, \quad \mathbf{i}_1 = \mathbf{i}, \quad \mathbf{i}_2 = \mathbf{j}, \quad \mathbf{i}_3 = \mathbf{k}. \quad (1.9)$$

Если параметр q является дуговой координатой s , то для производных справедлива *формула Френе*:

$$\mathbf{r}'(s) = \mathbf{t}, \quad \mathbf{t}'(s) = k\mathbf{n} = \mathbf{D} \times \mathbf{t}, \quad \mathbf{n}'(s) = -k\mathbf{t} + \tau\mathbf{b} = \mathbf{D} \times \mathbf{n}, \quad (1.10)$$

где $\mathbf{D} = \tau\mathbf{t} + k\mathbf{b}$ - вектор Дарбу; $\mathbf{t}, \mathbf{n}, \mathbf{b} \equiv \mathbf{t} \times \mathbf{n}$ - орты касательной, главной нормали и бинормали (рис.1); k, τ - кривизна и кручение кривой.

Формулы (1.9) и (1.10) лежат в основе дифференциальной геометрии кривых.

1.2 . Огибающая семейства кривых

Рассмотрим семейство кривых на плоскости x, y , заданное уравнением

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(q, t), \quad (1.11)$$

где q - координата на линии; t - параметр, определяющий линию семейства.

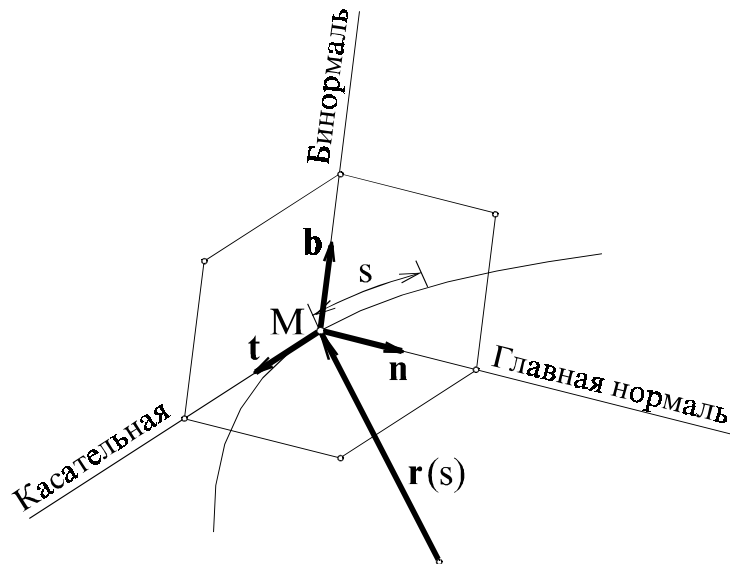


Рис. 1

Огибающей семейства (1.11) называется линия, которая в каждой своей точке касается одной из линий семейства (рис.2). В точке касания $q = \hat{q}(t)$ или $t = \hat{t}(q)$, так что радиус-вектор точки на огибающей

$$\mathbf{R} = \mathbf{r}[q, \hat{t}(q)]. \quad (1.12)$$

Зависимость $\hat{t}(q)$ находится из условия совпадения касательных к линии семейства и огибающей:

$$\mathbf{R}'(q) \times \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial q} = 0. \quad (1.13)$$

Поскольку

$$\mathbf{R}'(q) = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial q} + \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t} \hat{t}'(q), \quad (1.14)$$

то условие (1.13) запишется в виде

$$\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial q} \times \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t} = 0. \quad (1.15)$$

Условие (1.15) определяет точку касания при каждом значении t , т.е. $\hat{q}(t)$.

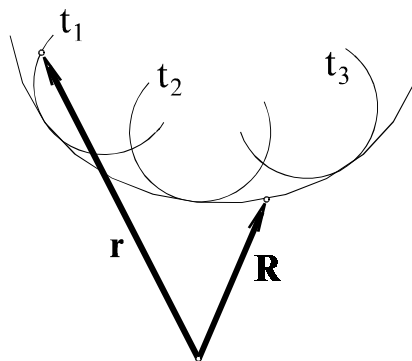


Рис. 2

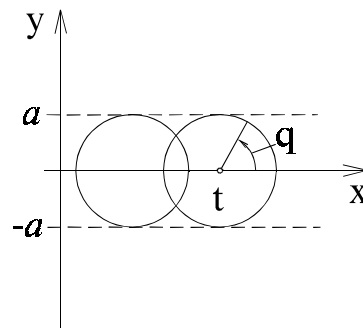


Рис. 3

Представление об огибающей исключительно важно для синтеза зубчатых зацеплений. При плоском зацеплении достаточно рассмотреть соответствующее семейство линий в плоскости.

Пример. Пусть семейство кривых в плоскости x, y задано уравнением

$$\mathbf{r} = (t + a \cos q)\mathbf{i} + a \sin q\mathbf{j},$$

определяющим окружности радиуса a с центром в точке $x = t, y = 0$ (рис.3). Координатой q является угол между радиусом a и осью x . Без вычислений видно, что прямые $y = \pm a$ – огибающие семейства окружностей. Убедимся, что уравнение (1.15) дает такое же решение. Поскольку

$$\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial q} = a(-\sin q\mathbf{i} + \cos q\mathbf{j}), \quad \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t} = \mathbf{i},$$

то условие (1.15) запишется в виде

$$\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial q} \times \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t} = a \cos q\mathbf{j} \times \mathbf{i} = 0,$$

отсюда

$$\cos q = 0; \quad \sin q = \pm 1; \quad \mathbf{r} = t\mathbf{i} \pm a\mathbf{j}.$$

1.3 . Эволюта и эвольвента

Эволютой называется геометрическое место центров кривизны кривой. По отношению к своей эволюте исходная кривая называется *эвольвентой*. Если эвольвента – окружность, то эволюта вырождается в точку – центр окружности.

Пусть $\mathbf{R}(s)$ – радиус вектор точки на эвольвенте как функция дуговой координаты s . На рис. 4 кривая 1 – эволюта; кривая 2 – эвольвента. Для этих плоских кривых справедливы формулы Френе:

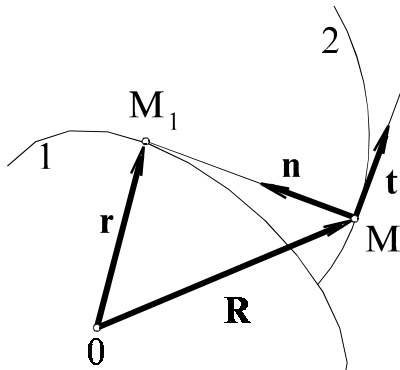


Рис. 4

$$\mathbf{R}'(s) = \mathbf{t}, \quad \mathbf{t}'(s) = k\mathbf{n}, \quad \mathbf{n}'(s) = -k\mathbf{t}. \quad (1.16)$$

Поскольку центр кривизны эвольвенты лежит на положительном направлении главной нормали на расстоянии радиуса-кривизны $\rho = k^{-1}$ ($k \geq 0$), то радиус-вектор точки на эволюте

$$\mathbf{r}(s) = \mathbf{R}(s) + \rho(s)\mathbf{n}(s). \quad (1.17)$$

Это параметрическое представление эволюты, в котором координата s уже не является дуговой.

Рассмотрим замечательные свойства эволюты и эвольвенты. Дифференцируя обе части уравнения (1.17) по s , получим

$$\mathbf{r}'(s) = \mathbf{R}' + \rho'\mathbf{n} + \rho\mathbf{n}' = \mathbf{t} + \rho'\mathbf{n} - \rho k\mathbf{t} = \rho'\mathbf{n}, \quad (1.18)$$

т.е. касательная к эволюте является нормалью к эвольвенте.

Эволюта есть огибающая семейства нормалей к эвольвенте. Для доказательства рассмотрим семейство нормалей к эвольвенте. На этом семействе радиус-вектор точки

$$\mathbf{r}(q, s) = \mathbf{R}(s) + q\mathbf{n}(s). \quad (1.19)$$

Найдем огибающую этого семейства

$$\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial q} \times \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial s} = \mathbf{n} \times (\mathbf{R}' + q\mathbf{n}') = \mathbf{n} \times (\mathbf{t} - tq/\rho) = 0,$$

откуда следует $q = \rho$. Следовательно, точки на огибающей представляют собой центры кривизны эвольвенты, а огибающая – эволюта.

Заметим еще, что дифференциал дуги эволюты $|d\mathbf{r}| = |d\rho|$. Следовательно, эвольвента является разверткой эволюты.

В зубчатых зацеплениях чаще всего встречается эвольвента окружности – плоская кривая 2, описываемая любой точкой M прямой линии 3, которая перекачивается по окружности 1 без скольжения (рис.5). Окружность, используемая для образования эвольвенты, называется *основной* или *базисной*; ее радиус обозначается через r_b . Прямую 3, с помощью которой образуется эвольвента, называют *производящей*. Она представляет собой подвижную центроиду, в то время как неподвижной центроидой является основная окружность.

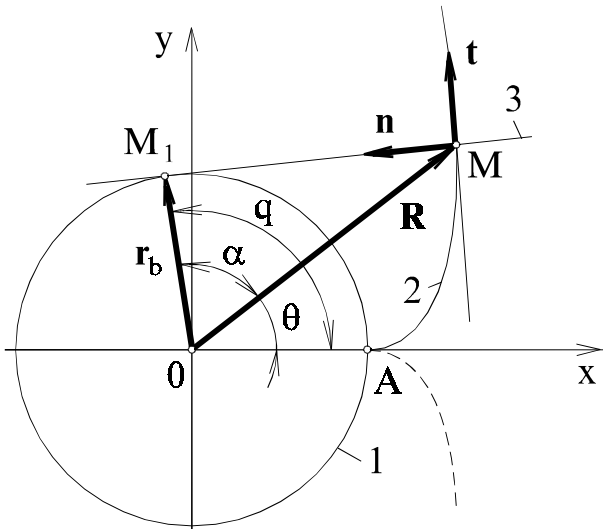


Рис. 5

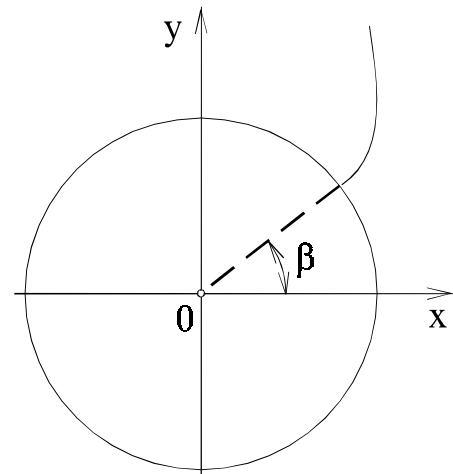


Рис. 6

Положение текущей точки M эвольвенты можно задать полярным радиусом R и полярным углом θ , определяющим положение точки M относительно полярной оси OA , проходящей через основание A эвольвенты. Эти параметры определяются с помощью одного независимого переменного; в качестве такого переменного выбирают угол профиля α - острый угол между векторами \mathbf{r}_b и \mathbf{R} .

Поскольку прямая 3 катится по базису 1 без скольжения, то

$$\theta(\alpha) = \text{tg } \alpha - \alpha, \tag{1.20}$$

$$R(\alpha) = r_b / \cos \alpha. \tag{1.21}$$

Уравнения (1.20) и (1.21) являются уравнениями эвольвенты основной окружности, записанными в параметрической форме относительно полярных координат R и θ , выраженных через независимый параметр α . В теории зацепления тригонометрическую функцию, стоящую в правой части уравнения (1.20), называют *эвольвентным углом* или *инволютой* и обозначают

$$\text{tg } \alpha - \alpha \equiv \text{inv } \alpha. \tag{1.22}$$

Более удобными для расчетов являются уравнения эвольвенты в декартовой системе координат. В этом случае за независимый параметр принимают угол поворота $q = \theta + \alpha$ прямой 3 около центра базиса O , называемый *углом развернутости* эвольвенты. Направив ось x из центра окружности в O начало эвольвенты A , будем иметь

$$\mathbf{R} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}, \quad \mathbf{r}_b = r_b(\cos q\mathbf{i} + \sin q\mathbf{j}). \tag{1.23}$$

В случае, если $\mathbf{r}(s)$ описывает окружность $dr_b = r_b dq = d\rho$, откуда при нулевых начальных условиях получим $\rho = r_b q$. Тогда из рис.5 получаем следующие уравнения эвольвенты

$$x(q) = r_b(\cos q + q \sin q), \quad y(q) = r_b(\sin q - q \cos q). \quad (1.24)$$

Дифференцируя (1.24) по q , получим

$$x'(q) = r_b q \cos q, \quad y'(q) = r_b q \sin q. \quad (1.25)$$

При $q = 0$ производные $x'(q)$ и $y'(q)$ обращаются в нуль, а это значит, что в точке A происходит нарушение регулярности эвольвенты. Эту особую точку называют точкой возврата.

Поскольку модуль радиус-вектора

$$R = \sqrt{x^2 + y^2} = r_b \sqrt{1 + q^2}, \quad (1.26)$$

то кривая состоит из двух ветвей, симметрично расположенных относительно оси абсцисс (при $-\infty < q \leq 0$ и $0 \leq q < \infty$) с общей точкой возврата. Таким образом, эвольвента не имеет точек внутри основной окружности. Из формулы (1.26) следует, что форма эвольвенты зависит только от радиуса основной окружности.

С помощью полученных выше формул можно определить дифференциал дуги эвольвенты

$$ds = \sqrt{(x')^2 + (y')^2} dq = r_b q dq \quad (1.27)$$

и производные

$$R'(\alpha) = r_b \sin \alpha / \cos^2 \alpha, \quad \theta'(\alpha) = \operatorname{tg}^2 \alpha, \quad \theta'(R) = \sqrt{\frac{1}{r_b^2} - \frac{1}{R^2}} = \frac{1}{R'(\theta)}. \quad (1.28)$$

Уравнения

$$\begin{aligned} x &= r_b [\cos(q + \beta) + q \sin(q + \beta)], \\ y &= r_b [\sin(q + \beta) - q \cos(q + \beta)] \end{aligned} \quad (1.29)$$

определяют повернутую на угол β эвольвенту (рис.6).

2. Плоское зацепление

2.1. Центроиды колес. Профили зубьев

Рассмотрим плоское зацепление зубчатых колес, вращающихся с угловыми скоростями ω_1 и ω_2 . В плоскости относительное движение колес сводится к перекатыванию друг по другу окружностей 1 и 2 с радиусами R_1 и R_2 , являющихся центроидами (рис.7). Точка P касания центроид является мгновенным центром скоростей в относительном движении. В теории зацепления эта точка называется *полюсом зацепления*. Поскольку в полюсе зацепления абсолютные скорости совпадают, то передаточное число

$$u_{12} = |\omega_1 / \omega_2| = R_2 / R_1 = 1 / u_{21}. \quad (2.1)$$

Для зацепления центроиды снабжены зубьями. На рис.7 показана лишь одна пара контактирующих зубьев.

В точке касания K профили зубьев имеют общую нормаль \mathbf{n} . Нормальные компоненты скоростей \mathbf{v}_1 и \mathbf{v}_2 в точке контакта должны совпадать:

$$(\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1) \cdot \mathbf{n} = 0, \quad (2.2)$$

в противном случае произошло бы либо расхождение профилей, либо их взаимное проникновение. Равенство (2.2) выражает *основную теорему зацепления* [1, 2]. При этом общая нормаль \mathbf{n} в контактной точке K должна проходить через полюс зацепления P , поскольку относительная скорость $\mathbf{v}_r = \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1$ должна быть перпендикулярна отрезку PK , проведенному из мгновенного центра скоростей в относительном движении P .

2.2. Построение сопряженного профиля

Основная теорема зацепления определяет геометрические условия сопряжения профилей, передающих движение с заданным передаточным числом. В системе отсчета колеса 2 ведущий профиль 1 с течением времени t образует семейство кривых. Ведомый профиль 2, обеспечивающий движение второго колеса с заданным передаточным числом, должен быть огибающей этого семейства. Для построения таких сопряженных профилей в литературе предложено несколько методов [1,2]. Ниже будет использован метод, основанный на представлении об огибающей.

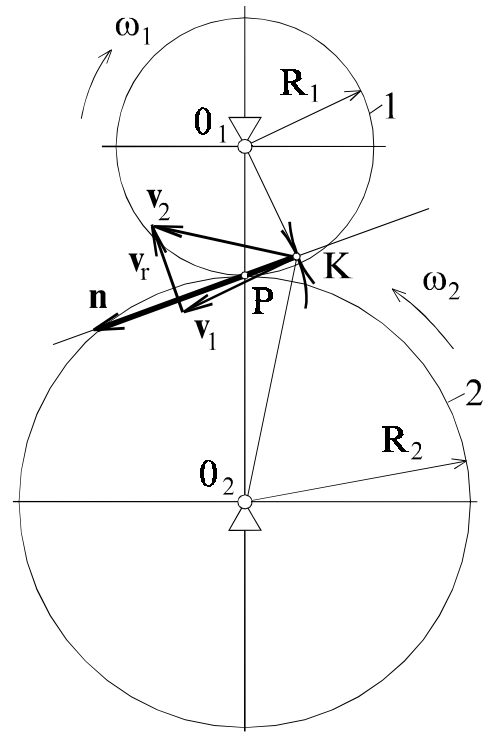


Рис. 7

Обратимся к рис.7, введя векторы $\mathbf{x} = \overline{O_1K}$, $\boldsymbol{\xi} = \overline{O_2K}$, $\mathbf{a} = \overline{O_1O_2}$,

где $a = |\mathbf{a}| = R_1 + R_2$ – межцентровое расстояние. Можно принять $\omega_1 = 1$, тогда $\omega_2 = 1/u_{12} = \Omega$.

На ведущем профиле имеем

$$\mathbf{x} = \sum_{m=1}^2 x_m(q) \mathbf{i}_m(t), \tag{2.3}$$

где q – параметр на профиле, а \mathbf{i}_1 и \mathbf{i}_2 – орты декартовых осей x_1 и x_2 , жестко связанных с ведущим колесом (рис.8). В начальный момент $\mathbf{i}_1(0) = \mathbf{i}_{10}$, $\mathbf{i}_2(0) = \mathbf{i}_{20}$.

Ведомый профиль пока неизвестен, на нем

$$\boldsymbol{\xi} = \sum_{m=1}^2 \xi_m \mathbf{e}_m(t). \tag{2.4}$$

Вводя векторы угловых скоростей

$$\boldsymbol{\omega}_1 = -\mathbf{k} \equiv \mathbf{i}_1 \times \mathbf{i}_2, \quad \boldsymbol{\omega}_2 = \Omega \mathbf{k}, \tag{2.5}$$

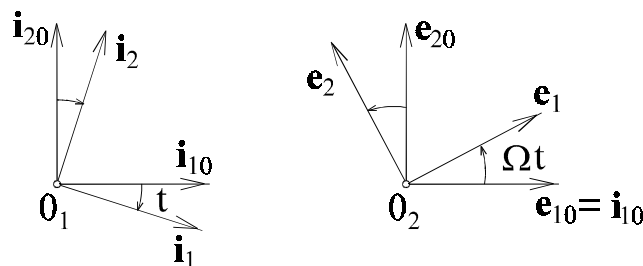


Рис. 8

будем иметь

$$\frac{d\mathbf{i}_m}{dt} = \boldsymbol{\omega}_1 \times \mathbf{i}_m = -\mathbf{k} \times \mathbf{i}_m, \quad \frac{d\mathbf{e}_m}{dt} = \boldsymbol{\omega}_2 \times \mathbf{e}_m = \Omega \mathbf{k} \times \mathbf{e}_m. \quad (2.6)$$

В точке касания профилей выполняется соотношение (1.15), в данном случае принимающее форму:

$$\boldsymbol{\xi}^\nabla \times \boldsymbol{\xi}' = \mathbf{0}. \quad (2.7)$$

Уравнение огибающей (2.7) имеет тот же смысл, что и уравнение (2.2) – относительная скорость должна быть направлена по касательной к профилю.

Раскроем соотношение (2.3), учитывая, что $\boldsymbol{\xi} = \mathbf{x} - \mathbf{a}$, $\boldsymbol{\xi}' = \partial \boldsymbol{\xi} / \partial q$, а $\boldsymbol{\xi}^\nabla$ есть производная в системе осей, связанной со вторым колесом:

$$\boldsymbol{\xi}^\nabla \equiv \sum_{m=1}^2 \dot{\boldsymbol{\xi}}_m \mathbf{e}_m = \dot{\boldsymbol{\xi}} - \Omega \mathbf{k} \times \boldsymbol{\xi}. \quad (2.8)$$

В результате получим

$$[\dot{\mathbf{x}} - \dot{\mathbf{a}} - \Omega \mathbf{k} \times (\mathbf{x} - \mathbf{a})] \times (\mathbf{x}' - \mathbf{a}') = \mathbf{0}. \quad (2.9)$$

Поскольку $\dot{\mathbf{a}} = \mathbf{a}' = \mathbf{0}$, $\dot{\mathbf{x}} = -\mathbf{k} \times \mathbf{x}$, $[(1 + \Omega)\mathbf{x} - \Omega a \mathbf{i}_{10}] \cdot \mathbf{x}' = 0$, $a = R_1(1 + \Omega^{-1})$, то уравнение (2.9) запишется в форме

$$R^{-1} \mathbf{x} \cdot \mathbf{x}' = \mathbf{i}_{10} \cdot \mathbf{x}' = x' \cos t + y' \sin t. \quad (2.10)$$

Уравнение (2.10) связывает координату в контактной точке q с моментом времени t . Переписав уравнение (2.10) в форме

$$a \cos t + b \sin t = c = A \cos(t - t_0), \quad (2.11)$$

найдем

$$t = t_0 \pm \arccos \frac{c}{A} + 2\pi n, \quad (n = 0, \pm 1, \dots) \quad (2.12)$$

где $A = \sqrt{a^2 + b^2}$; $\cos t_0 = a/A$; $\sin t_0 = b/A$. Добавка $2\pi n$ может быть отброшена, поскольку не меняет положения ведущего колеса.

Найдя $\hat{t}(q)$, построим ведомый профиль

$$\begin{aligned} \xi_1 &= (\mathbf{x} - \mathbf{a}) \cdot \mathbf{e}_1 = x_1 \cos(1 + \Omega)t + x_2 \sin(1 + \Omega)t - a \cos \Omega t, \\ \xi_2 &= (\mathbf{x} - \mathbf{a}) \cdot \mathbf{e}_2 = -x_1 \sin(1 + \Omega)t + x_2 \cos(1 + \Omega)t + a \sin \Omega t. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Выразив x_m и t через q , получим $\xi_m(q)$.

В полярных координатах (рис. 9) имеем

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= r(\alpha) \mathbf{e}_r[\theta(\alpha)], \quad \mathbf{e}_r(\theta) = \cos \theta \mathbf{i} + \sin \theta \mathbf{j}, \\ \mathbf{e}_\theta &= \mathbf{e}'_r(\theta), \quad \mathbf{x}'(\alpha) = r'(\alpha) \mathbf{e}_r + r(\alpha) \theta'(\alpha) \mathbf{e}_\theta, \\ \mathbf{i}_{10} \cdot \mathbf{x}' &= r'(\alpha) \cos(\theta - t) - r(\alpha) \theta'(\alpha) \sin(\theta - t) = R^{-1} r r'. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Уравнение (2.14) аналогично (2.10).

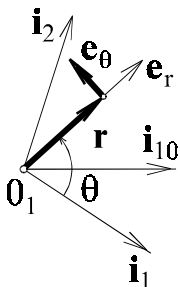


Рис. 9

2.3. Эвольвентное зацепление

Пусть ведущий профиль 1 – эвольвента с уравнениями

$$\theta = \operatorname{tg} \alpha - \alpha \equiv \operatorname{inv} \alpha, \quad R(\alpha) = r_{b1} / \cos \alpha.$$

Тогда соотношение (2.14) преобразуется к виду

$$\frac{\sin \alpha}{\cos^2 \alpha} \cos(\theta - t) - \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha}{\cos \alpha} \sin(\theta - t) = \frac{r_{b1} \sin \alpha}{R_1 \cos^3 \alpha},$$

откуда

$$\cos(\alpha + \theta - t) = \frac{r_{b1}}{R_1}. \quad (2.15)$$

В декартовых координатах имеем

$$\begin{aligned} x_1 = r_{b1}(\cos q + q \sin q), \quad x_2 = r_{b1}(\sin q - q \cos q), \quad R^2 = r_{b1}^2(1 + q^2), \quad (2.16) \\ x'_1 = r_{b1}q \cos q, \quad x'_2 = r_{b1}q \sin q, \quad \cos(q - t) = \frac{r_{b1}}{R_1}, \end{aligned}$$

что совпадает с (2.15).

Выбирая единственное решение уравнения (2.16), учтем, что на ведущем профиле контакт у основания зуба наступает до пересечения межосевой линии, т.е. $\hat{t}(0) < 0$. Тогда

$$q - t = \arccos \frac{r_{b1}}{R_1} \equiv \gamma, \quad (2.17)$$

где γ - угол зацепления,

$$\cos \gamma = \frac{r_{b1}}{R_1}, \quad \sin \gamma = \sqrt{1 - \left(\frac{r_{b1}}{R_1}\right)^2}. \quad (2.18)$$

Далее по формулам (2.13) строим ведомый профиль 2:

$$\begin{aligned} \xi_1 = r_{b1} \cos(\gamma - \Omega t) + r_{b1}q \sin(\gamma - \Omega t) - a \cos(\gamma - \Omega t - \gamma) = \\ = (r_{b1} - a \cos \gamma) \cos(\gamma - \Omega t) + (r_{b1}q - a \sin \gamma) \sin(\gamma - \Omega t) = \\ = r_{b2} [\cos(Q + \Gamma) + Q \sin(Q + \Gamma)], \\ \xi_2 = r_{b2} [\sin(Q + \Gamma) - Q \cos(Q + \Gamma)], \end{aligned} \quad (2.19)$$

где

$$r_{b2} \equiv a \cos \gamma - r_{b1} = \frac{r_{b1}R_2}{R_1}, \quad Q \equiv (a \sin \gamma - r_{b1}q) / r_{b2} = (1 + \Omega) \operatorname{tg} \gamma - \Omega q, \quad (2.20)$$

$$\Gamma = \pi - (1 + \Omega) \operatorname{inv} \gamma.$$

Пришли к известному классическому результату: *ведомый профиль* тоже эвольвента. Она повернута на угол Γ (от e_1 к e_2).

В течение контакта параметр q монотонно возрастает от q_{\min} до q_{\max} , а Q монотонно убывает от $Q_{\max} = (1 + \Omega) \operatorname{tg} \gamma - \Omega q_{\min}$ до $Q_{\min} = (1 + \Omega) \operatorname{tg} \gamma - \Omega q_{\max}$.

Длительность контакта пары сопряженных профилей $\Delta t = q_{\max} - q_{\min}$. Контакт на следующей паре сопряженных профилей должен начинаться до размыкания преды-

дущей пары, поэтому минимальное число зубьев на ведущем колесе должно быть ближайшим числом, превосходящим $2\pi / \Delta t$, т.е.

$$z_1 = \frac{2\pi}{\Delta t} + 1. \quad (2.21)$$

Соответственно, на ведомом колесе

$$z_2 = \frac{2\pi}{\Omega \Delta t} + 1. \quad (2.22)$$

Равенство $z_1 / z_2 = \Omega$ – приближенное, но его погрешность исчезает с ростом числа зубьев.

Геометрическое место точек касания сопряженных профилей в неподвижной плоскости называется *линией зацепления*. Траекторию точки касания профилей (см. рис.7) можно описать уравнением

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= x_1 (\cos \dot{t}_{10} - \sin \dot{t}_{20}) + y_1 (\sin \dot{t}_{10} + \cos \dot{t}_{20}) = \\ &= r_{b1} (\cos \gamma + q \sin \gamma) \mathbf{i}_{10} + r_{b1} (\sin \gamma - q \cos \gamma) \mathbf{i}_{20}. \end{aligned} \quad (2.23)$$

Уравнение (2.23) является параметрическим уравнением прямой линии с параметром q . Следует отметить, что эвольвента окружности – единственная кривая, дающая прямую линию зацепления. Прямая касается основных окружностей и проходит через полюс зацепления при $q = \operatorname{tg} \gamma$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Литвин Ф.Л.** Теория зубчатых зацеплений. М.: Наука, 1968. -584 с.
2. **Евграфов А.Н., Коловский М.З., Петров Г.Н.** Теория механизмов и машин. Учеб.пособие. СПб.: Изд-во СПбГТУ, 2003. 238 с.

*Поступила в редакцию 17.10.2003
После доработки 23.12.2003*