

УДК 621.01  
DOI 10.5862/TMM.26.7

Поступила в редакцию 16.12.2014  
После доработки 29.06.2015  
Принята к печати 01.07.2015



## ОБЗОР ИССЛЕДОВАНИЙ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ МЕХАНИЗМОВ С ВРАЩАТЕЛЬНЫМИ ШАРНИРАМИ

**Мудров А.Г., Марданов Р.Ш.**

*Марданов Р.Ш. – инженер-механик, заведующий сектором по чрезвычайным ситуациям Министерства сельского хозяйства и продовольствия Республики Татарстан.*

*Мудров А.Г. – заслуженный изобретатель Российской Федерации, доктор технических наук, профессор кафедры общетехнических дисциплин Казанского государственного аграрного университета.*

Статья посвящена обзору исследований пространственных механизмов, которые в своей структуре содержат одни лишь вращательные шарниры. Приводятся и анализируются хронологические сведения отечественных и зарубежных ученых по исследованию механизма Беннетта и других пространственных механизмов с вращательными шарнирами. Подчеркнуто, что исследования по этой тематике ведутся разрозненно только в теоретическом плане. Практически отсутствуют сведения об изготовленных моделях механизмов и особенно нет примеров их практического использования в технике и технологических процессах. Отмечается отсутствие научных школ как у нас в стране, так и за рубежом по разработке и исследованию механизмов данного класса. Раскрыта роль ученых Казанской школы механиков – сотрудников кафедры теории механизмов и машин Казанского государственного аграрного университета по комплексному исследованию механизмов, созданию на их базе различных устройств, а также внедрению результатов исследований в производство. Отмечается, что пространственные механизмы с вращательными шарнирами получили путевку в жизнь от ученых Казанской школы механиков, чьи научные разработки являются приоритетными на отечественном и мировом уровнях.

**Ключевые слова:** пространственные механизмы с вращательными шарнирами, пространственный шарнирный четырехзвенник Беннетта, пространственные пяти, шести, семизвенные механизмы, хронологические сведения научных источников и патентных материалов.

Пространственные механизмы используются человеком с древнейших времён. Эти механизмы имеют в составе шаровые, шаровые с пальцем, цилиндрические и вращательные шарниры и это сочетание шарниров позволяет создавать механизмы произвольно, по потребности. Затруднений в образовании таких механизмов нет, их можно создавать сотнями. Но простота создания оплачивается сложностью изготовления шаровых шарниров, малым сроком службы, ограничениями по несущей силовой способности и рядом других негативных свойств.

Во всех отношениях предпочтительнее в механизмах иметь только вращательные шарниры, оформляемые стандартными подшипниками качения или скольжения. Однако применить в пространственном механизме только одни вращательные

шарниры оказалось сложным и трудным делом. В истории механики и техники нет другого примера, столь длительно находящегося в развитии и утверждении, как пространственные механизмы с одними лишь вращательными шарнирами.

Обратимся к фактам мировой истории об этих механизмах, их, кстати, очень и очень мало.

В 250 г. до новой эры египетский учёный Филон в книге «Механика» описал пространственный четырёхзвенный механизм с вращательными шарнирами, оси шарниров которого пересекаются в одной точке, т. е. создал его теоретически.

1800 лет спустя итальянский математик, философ и врач Джероламо Кардано применил этот механизм для подвеса компасов (как сейчас мы называем, внедрил устройство в производство).

Проходит еще 150 лет и английский естествоиспытатель, разносторонний учёный и экспериментатор Роберт Гук применил этот механизм по второму назначению – для передачи вращательного движения.

Таким образом, от идеи до первого практического применения механизма с вращательными шарнирами понадобилось 1800 лет, до использования механизма по второму назначению ещё 150 лет. Но зато сейчас этот механизм незаменим и широко используется во всех отраслях техники.

В 1903 г. (ещё 200 лет спустя после применения указанного механизма по второму назначению) английский математик Г.Т. Беннетт также теоретически создаёт пространственный четырёхзвенный механизм с вращательными шарнирами, оси шарниров которого не параллельны и не пересекаются между собой, а скрещиваются под разными углами [46]. Он пытался изготовить модель механизма, но у него ничего не получилось, поэтому и сомневался в его практической пригодности.

Возможно, независимо от Беннетта, французский математик Э. Борель в 1904 г. исследовал перемещения неизменной фигуры [41], различные точки которой описывают сферические траектории. Борель установил различные случаи движения и показал, в частности, тот, который предложил Беннетт.

С учетом этой публикации Г.Т. Беннетт возвращается к этой тематике и в 1914 г. публикует в сборнике трудов Лондонского математического общества статью [47], где подробно исследует геометрические особенности и условия существования данного механизма. Здесь он ещё раз приводит зависимость между тангенсами половинных углов поворота связанных со станиной звеньев.

Статья вызывает большой интерес среди учёных и практиков. Начинаются работы по изучению механизма Беннетта и опубликование результатов исследований в различных изданиях.

В 2003 г. в хронологическом порядке были рассмотрены работы, посвящённые исследованию механизма Беннетта и других пространственных шарнирных механизмов [20]. Однако с тех пор список отечественных и зарубежных учёных и исследователей расширился, результаты исследований стали более доступными. Поэтому есть необходимость продолжить эту работу, тем более до сих пор сохраняются белые пятна в публикациях отечественных и зарубежных авторов по исследованию данных механизмов.

Механизм Беннетта относится к механизмам с особой структурой. Поэтому его подвижность обеспечивается путём строгого согласования линейных и угловых параметров. До 1957 г. [20,24] учёными разных стран велись только теоретические работы, где в основном проверялась подвижность механизма Беннетта, т.е. справедливость и достаточность условий его существования, а именно (см. рис.1):

- кратчайшие расстояния между осями шарниров противоположных звеньев одинаковы, т.е.  $\ell_1 = \ell_3$  и  $\ell_2 = \ell_4$ ;
- углы скрещивания осей шарниров противоположных звеньев равны между собой:  $\alpha_1 = \alpha_3$  и  $\alpha_2 = \alpha_4$ ;
- концы кратчайших расстояний смежных звеньев совпадают;
- кратчайшие расстояния пропорциональны синусам соответствующих углов скрещивания осей шарниров, т.е.  $\ell_1 / \sin \alpha_1 = \ell_2 / \sin \alpha_2$ .

Итак, в 1918 г. Д'Окань [54] приводит простое доказательство достаточности вышеперечисленных условий подвижности механизма Беннетта.

Э. Делассю в 1922 г. в своих опубликованных статьях [50, 51] рассматривает структуру механизма Беннетта и доказывает его существование с точки зрения пересечения двух гиперболоидов вращения.

Французский учёный Р. Брикард в статье [48], изданном в 1924 г. в Париже, отмечает связь механизма Беннетта с геометрической фигурой - тором.

Д. т. н., проф. Томского технологического института А.В. Верховский в статье [4], опубликованном в 1925 г. в г. Томске, даёт аналитическое доказательство работоспособности двух типов механизма Беннетта - параллелограммного и антипараллелограммного. Судя по его работе, он создал механизм независимо.

В 1931 г. французский учёный Ф. Миар [58] вывел аналитическую зависимость между углами поворота кривошипов для механизма Беннетта, когда угол между ведущей и ведомой валами равен  $90^\circ$ . Он также рассматривал получение пространственного шарнирного пятизвенника из двух механизмов Беннетта частного вида.

Немецкий учёный Х. Эггер в 1936 г. публикует статью [52], где вводит некоторые дополнения работам Р. Брикарда и Ф. Миара.

В 1937 г. академик Н.Г. Бруевич [2] в векторной форме приводит доказательство достаточности

условий Беннетта и выводит удобные для практического использования формулы для исследования кинематики параллелограммного механизма.

В 1939 г. проф. Московского гидромелиоративного института С. Бюшгенс [3], а в 1940 г. д. т. н., проф. Института машиноведения Академии наук СССР Ф.М. Диментберг и д. физ.-мат. н., проф., Института механики Академии наук СССР Я.Б. Шор [11] доказывают необходимость и достаточность условий существования механизма Беннетта, обосновали существование двух модификаций механизма – параллелограммного и антипараллелограммного, выводят его кинематические зависимости.

Американский учёный М. Гольдберг в 1943 г. в своём исследовании [49] излагает способ доказательства существования механизма Беннетта, основанный на переходе от четырёхзвенника с шаровыми шарнирами и приводит формулу для определения угла поворота ведомого кривошипа в функции угла поворота ведущего. Он также рассматривает способ образования пространственных шарнирных пяти и шестизвенников путём объединения двух и трёх механизмов Беннетта соответственно.

В 1957 г. профессор Казанского сельскохозяйственного института Б.В. Шитиков после изучения статьи Г.Т. Беннетта, опубликованной в 1903 г. [46], не только продолжает теоретические работы, но и начинает работы, которые направлены на изготовление работоспособных моделей механизма, использование его в различных устройствах. Основные результаты работы он излагает в научно-исследовательских отчётах [35, 36]. Б.В. Шитиковым была разработана оригинальная технология изготовления моделей пространственных шарнирных механизмов, основываясь на которую им впервые была изготовлена работоспособная модель механизма Беннетта.

Исследование механизма Беннетта и других пространственных шарнирных механизмов продолжает в 1963 г. ученик Б.В.Шитикова д. т. н., проф. П.Г. Мудров. На основе механизма Беннетта и других плоских и пространственных шарнирно-рычажных механизмов он создаёт целую серию пятизвенных, шестизвенных, семизвенных, многозвенных и дифференциальных пространственных механизмов с одними вращательными шарнирами. В 1966 г. по пространственным шарнирным механизмам он защитил кандидатскую [18], а в 1979 г. в Институте машиноведения имени А.А. Благонравова – докторскую [19] диссер-

тации. В 1976 г. издает монографию [17], целиком посвящённую пространственным шарнирным механизмам. Он создал Казанскую школу механиков, которая занималась исследованием механизма Беннетта и других пространственных шарнирных механизмов, созданием на их базе новых устройств и машин, а также внедрением их в производство.

Несмотря на то, что исследования по этой тематике открыто опубликовались в различных изданиях и в 2003 г. на базе Казанской государственной сельскохозяйственной академии была проведена международная конференция «100 лет механизму Беннетта» [21], научные труды Б.В. Шитикова, П.Г. Мудрова, а также учёных Казанской школы механиков остаются незамеченными. Судя по обзору литературных источников, на труды учёных и в основном П.Г. Мудрова за последнее десятилетие ссылались в общих чертах лишь трое авторов [8, 30, 32]. Поэтому ниже приводим в хронологическом порядке сведения по исследованиям учёных Казанской школы механиков - сотрудников кафедры теории механизмов и машин Казанского государственного аграрного университета отдельным блоком.

В 1974 г. А.Г. Мудров впервые внедрил в производство механизм Беннетта в качестве привода режущих аппаратов применительно к толстостебельным культурам [22]. Здесь был использован закон движения ведомого кривошипа для уменьшения момента, действующего на станину и отрицательно влияющего на работу режущего аппарата. По разработке перемешивающих устройств нового поколения на базе механизма Беннетта и других пространственных шарнирных механизмов он в 1999 г. защитил докторскую диссертацию [23]. А.Г. Мудровым созданы пространственные смесители, галтователи и приводы к различным устройствам, а также устройства семи групп объектов другой техники [20,25], выполнен комплекс теоретических исследований по обоснованию и оптимизации параметров созданных конструкций. Он многое сделал для популяризации исследований и издал ряд интересных работ [26, 27, 64].

Вклад профессоров П.Г. Мудрова и А.Г. Мудрова в теорию комплексного исследования механизма Беннетта и других пространственных шарнирных механизмов является фундаментальным.

В 1976 г. А.П. Жарковский выполнил первую работу по пространственным смесителям [13], созданным на базе пространственного шарнирного пятизвенника общего вида. Исследовал структу-

ру, кинематику и динамику механизма. Проводил производственные испытания смесителя в лабораторных условиях.

В 1978 г. один из авторов данной статьи Р.Ш. Марданов под руководством проф. П.Г. Мудрова применяет механизм Беннетта в приводе барабанного протравливателя зерна [5, 16] для интенсификации процесса перемешивания зерна с ядохимикатом. Изготавливает действующую модель установки и проводит сравнительные испытания в лабораторных условиях.

В 1976 - 1977 годах сотрудниками кафедры ТММ была разработана на базе механизма Беннетта мочная установка со сложным пространственным движением рабочей платформы. Исследовал эту установку и других пространственных шарнирных механизмов в мочных машинах М.Г. Яруллин, который защитил в 1989 г. кандидатскую [37], а в 2002 г. докторскую [38] диссертации. В настоящее время он занимается синтезом структурных модификаций механизма Беннетта [39].

В 1989 г. А.П. Мудров на базе механизма Беннетта создаёт новый тип смесителя сыпучих и вязких материалов, исследует кинематику и динамику установки, решает вопросы оптимизации параметров [28].

С.М. Яхин в 1989 г. исследовал созданную на базе механизма Беннетта конструкцию оригинального устройства для погружения в грунт и извлечения из него различных свайных изделий [40]. В результате получены кинематические, динамические и энергетические характеристики устройства, выполнен силовой расчёт механизма.

Ш.Р. Галиуллин в 1989 г. путём объединения двух одинаковых механизмов Беннетта частного вида создаёт механизм привода прутковых элеваторов картофелеуборочных машин [6, 7] для улучшения их сепарирующей способности. Выполнил комплекс исследований по определению и обоснованию кинематических, динамических параметров пространственного шарнирного пятизвенника.

В 1994 г. Б.К. Хуснутдинов исследовал кинематику, динамику и кинетику смесителя, созданного на базе пространственного шарнирного семизвенника [34]. Работа была направлена на усовершенствование конструкции механизма смесителя швейцарской фирмы «Турбула». Определены кинематические, конструктивные и динамические параметры смесителя.

В 1998 г. И.М. Киямов на базе механизма Беннетта создаёт пространственный планетарный

смеситель кормовых компонентов, исследует его кинематику и динамику [14].

Ш.Р. Галиуллин и один из авторов данной статьи Р.Ш. Марданов в 2005 г. на базе механизма Беннетта создают установку для шлифования семян сахарной свёклы инерционного типа [5]. Определены и обоснованы конструктивные, кинематические, динамические и энергетические параметры шлифовальной установки.

Таким образом, от механизма Беннетта началось и развилось новое научное направление в теории пространственных механизмов. По пространственным механизмам с вращательными шарнирами защищено 4 докторских и 9 кандидатских диссертаций, опубликовано около 200 научных статей в различных изданиях. Предложено и разработано более 100 новых механизмов и устройств на их базе, защищённые 103 авторскими свидетельствами и патентами на изобретения. Только на базе механизма Беннетта создано 34 устройств на уровне изобретений. По сути дела за эти годы разработана теория пространственных механизмов с вращательными шарнирами, в том числе:

- решена проблема создания многозвенных механизмов с наперёд заданными свойствами, предложены четыре способа образования пяти, шести, семи, многозвенных и дифференциальных механизмов;
- разработаны способы кинематического и динамического исследования механизмов всех групп, исследовано внешнее давление подвижных звеньев на станину, предложено несколько способов уравнивания механизмов;
- разработан синтез механизмов в зависимости от их функционального назначения;
- разработана технология изготовления устройств для мелкосерийного и индивидуального производств;
- разработана теория создания пространственных перемешивающих устройств нового поколения и семи групп объектов новой техники.

Исследованием механизма Беннетта, наряду с учёными Казанской школы механиков, занимались и другие учёные.

Продолжаем в хронологическом порядке рассмотрение этих работ. К сожалению, в этих исследованиях, как и до 1957 г., затрагиваются в основном теоретические вопросы или рассматриваются некоторые аспекты о возможности создания на его базе отдельных устройств. Нет никаких све-



дений по созданию натуральных образцов данного механизма и практическому использованию его в различных отраслях техники.

Проф. Хабаровского института инженеров железнодорожного транспорта Ю.И. Бармин в 1961 г. опубликовал статью [1], посвящённую структуре механизма Беннетта. Он описывает, что из известных четырёх условий подвижности данного механизма независимыми являются только два, а остальные суть следствия двух первых. Однако это версия была отвергнута П.Г. Мудровым [17].

В 1961 г. д. т. н., проф. Грузинского технического университета Д.С.Тавхелидзе в своей статье [31] рассматривал некоторые вопросы синтеза и кинематики механизма Беннетта.

С.М. Минуллин из Казанского инженерно - строительного института [29] методом начертательной геометрии в 1970 г. рассматривал структуру и кинематику механизма Беннетта частного вида, когда угол между осями шарниров станины равен  $90^\circ$  и указал на возможность использования его в свеклоуборочном комбайне.

Механизм Беннетта рассматривался в 1966 г. в монографии д.т.н., проф. П.А. Лебедева [15] и в 1982 г. – в монографии д.т.н., проф. Ф.М. Диментберга [10]. К сожалению, они, анализируя отклики на механизм Беннетта многих зарубежных и отечественных исследователей, не приводят никаких сведений по исследованиям и научным трудам проф. П.Г. Мудрова, хотя его статьи были опубликованы в центральных изданиях, а монография [17] была направлена всем ведущим техническим вузам и научно-исследовательским институтам Советского Союза в 1976 году.

В последние десятилетия возрос интерес к механизму Беннетта, другим пространственным шарнирным механизмам среди зарубежных учёных и исследователей. И здесь, однако, рассматриваются в основном теоретические вопросы. Некоторые работы дублируют друг друга. Появилось также несколько работ отечественных учёных.

Проф. Сиднейского университета (Австралия) Э. Бейкер в 1979, 1988, 1998 и 2001 годах опубликовал статьи соответственно [42-45], где рассматривал структуру механизма Беннетта и описал известные пятизвенные и шестизвенные механизмы, полученные путём объединения соответственно двух и трёх механизмов Беннетта. Рассматривается возможность использования указанных механизмов в создании развёртываемых

строительных каркасных конструкций путём соединения в кинематические связи множество механизмов Беннетта.

Доктор К. Мавройдис из Кембриджского технологического института (США) и проф. Б. Рот из Станфордского инженерного университета (США) в опубликованных в 1994 и 1995 годах статьях [55, 56] рассматривают классификацию пространственных шарнирных шестизвенников и разрабатывают аналитические методы синтеза шестизвенника Брикарда, а также шестизвенника Гольдберга, Уалдрона и Волхарта, полученного путём объединения трёх механизмов Беннетта, рассматривают кинематику этих механизмов и приводят графики углов поворота звеньев относительно друг друга.

Исследователи из Трансильванского университета (Румыния) А. Настасе и Р. Восоико в опубликованной в 2002 г. статье [69] приводят схемы параллелограмма и антипараллелограмма Беннетта. На основании формулы Беннетта составили компьютерную программу для вычисления угла поворота ведомого кривошипа в функции угла поворота ведущего при различных значениях отношения длины кривошипа к длине шатуна. В результате вычислений составлены соответствующие графики.

Учёные Калифорнийского университета (США) А. Перес и И. Макарт [71] в 2003 г. на основании геометрии тетраэдра и цилиндриоида рассматривают структуру механизма Беннетта и предлагают способ синтеза для создания пространственного робота, обеспечивающего заданную траекторию движения. При этом для определения координат соответствующих звеньев они используют формулу самого Беннетта.

Доктор В. Чин из Оксфордского университета (Великобритания) и проф. Э. Бейкер из Сиднейского университета (Австралия) в 2004 г. опубликовали статью [70], где, основываясь на исследованиях М. Гольдберга [49], Ф. Миара [57], К. Уалдрона [59, 60], возвращаются к вопросу создания развёртываемых структур. Здесь же приводят несколько моделей этих структур и необходимый теоретический материал для их проектирования. До этой статьи В. Чин подробно освещал данный вопрос в 2003 г. в своей диссертации на доктора философии [65]. Здесь рассмотрены структуры пятизвенников Гольдберга [49] и Миара [57], шестизвенников Гольдберга [49], Сарруса [63], Волхарта [61, 62]. Впервые представлена фотография

модели механизма Беннетта частного вида, изготовленная на базе Оксфордского университета. Из фотографии видно, что модель изготовлена с элементами подгонки кратчайшего расстояния шатуна и поэтому её работоспособность вызывает определённых сомнений. Приведены также модели механизма Беннетта, изготовленные из дерева, которые по виду ничем не отличаются от бумажных. Отметим, что деревянные модели изготовлены на уровне нулевых звеньев видимо для иллюстрации возможности создания развёртываемых структур. Очевидно, такие модели непригодны для передачи вращательного движения.

Исследователь Н. Мелина из Оксфордского университета (Великобритания) в 2004 г. в своей диссертации на доктора философии [68] дальше развивает вопрос создания на базе механизма Беннетта развёртываемых структур для большепролётных строительных конструкций. Дается подробный анализ существующих схем, приводятся теоретические зависимости для проектирования новых структур на основе соединения в кинематические цепи механизмов Беннетта. Приводятся фрагменты конструкции, воплощенные в металле.

Австрийские учёные К. Браннталер из Инсбрукского университета, Х. Шрукер и М. Хасты из Инсбрукского инженерно-математического института [53] в 2005 г. на основе разработанной ими матрицы, характеризующей функцию положения осей шарниров механизма в зависимости от угла поворота ведущего кривошипа, предлагают метод синтеза механизма Беннетта. В результате строят кривые, определяющие положения осей шарниров механизма в пространстве. Выявлено, что кривые лежат на поверхностях постоянной отрицательной кривизны – гиперболоидах вращения, что было отмечено П.Г. Мудровым ещё в 1976 г.

Исследователи Уберлендийского федерального университета (Бразилия) А. Оливейра и И. Карвалью в опубликованной в 2007 г. статье [67] предлагают создать на базе механизма Беннетта механизм ноги робота. Способом графического моделирования подробно рассматривали его структуру. Методом матричного преобразования координатных систем рассматривали кинематику механизма и для определения угла поворота ведомого кривошипа в зависимости от угла поворота ведущего вывели соответствующие теоретические зависимости. Они полностью совпадают с формулами П.Г. Мудрова, который в 1965 г. рас-

сматривал кинематику механизма Беннетта на основании свойства замкнутого векторного контура. Многие авторы в своих исследованиях для определения угла поворота ведомого кривошипа механизма до сих пор используют формулу самого Беннетта, которая, как известно, не учитывает кратчайшие расстояния между осями шарниров звеньев.

Д.т.н., проф. Сибирского государственного промышленного университета Л.Т. Дворников обращается в 2009 г. к тематике исследования механизма Беннетта и в своей статье [9] нетрадиционным способом рассматривает его структуру. Он показал, что механизм Беннетта может быть построен на универсальной поверхности псевдосферы, а также на так называемых поверхностях - «волчок» Мидинга и «катушка» Мидинга, т.е. на поверхностях постоянной отрицательной кривизны.

А.А. Хростицкий и В.А. Терешин из Санкт-Петербургского государственного политехнического университета в 2010 - 2012 гг. исследовали [32, 33] геометрию, кинематику и динамику пространственного шарнирного шестизвенника смесительной установки. В 2013 г. А.Н. Евграфов и Г.Н. Петров, рассматривая структуру этого механизма, который, как известно, содержит одну избыточную связь, предложили более рациональный метод расчета его геометрических и кинематических параметров [12].

В 2013 г. группа китайских учёных Джинфанг, Зебидзинг, Чжэнь из Пекинского технологического университета и Сяо из Яньшаньского университета в статье [66], ссылаясь на вышеуказанные статьи Бейкера, Уалдрона, Гольдберга, Миара и Волхарта, рассматривают образование пространственных пяти и шестизвенных механизмов путем объединения двух и трёх механизмов Беннетта. Приводят также блок-схему для многофакторного анализа создаваемых механизмов. Приводятся также варианты создания так называемых сокращённых пяти и шестизвенников. Все рассмотренные вопросы были изложены в 1976 г. П.Г. Мудровым в своей монографии [17].

Итак, в чём же заключалась проблема образования, исследования, изготовления и внедрения механизмов этой группы в производство, почему за столь длительный период механизмы с большим трудом развиваются и не используются в технике? На наш взгляд причины следующие:

- механизмы этой группы обычной комбинаци-

ей звеньев создать невозможно;

- они статически неопределимы (трижды, дважды и один раз) и формально не должны существовать;

- механизмы могут существовать при строго согласованных угловых и линейных параметрах и соотношениях между ними, которые необходимо определять;

- изготовление механизмов и устройств на их базе имеет особую специфику, без знания которой изготовление работоспособной конструкции практически невозможно;

- ни у нас в стране, ни за рубежом нет, ни учёных, ни научных школ, которые серьёзно занимались бы комплексным исследованием, изготовлением и внедрением этих механизмов в производство;

- в подготовке инженеров технического профиля имеется существенный пробел, так как в издаваемых учебниках по ТММ об этих механизмах нет даже элементарных сведений.

Без ложной скромности можно отметить, что пространственные механизмы с вращательными шарнирами получили путёвку «в жизнь, в производство» от учёных Казанской школы механиков, чьи разработки являются приоритетными на отечественном и мировом уровнях.

В заключение для примера, а также для наглядности и достоверности приведём этапы создания на базе механизма Беннетта инерционного смесителя: теория (рис.1), модель механизма (рис.2), натурный механизм (рис.3) и производственный образец (рис.4).

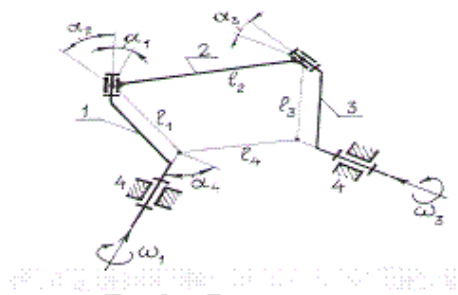


Рис.1 - Схема механизма



Рис.2 - Модель механизма

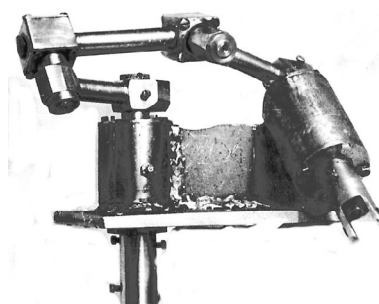


Рис.3 - Механизм

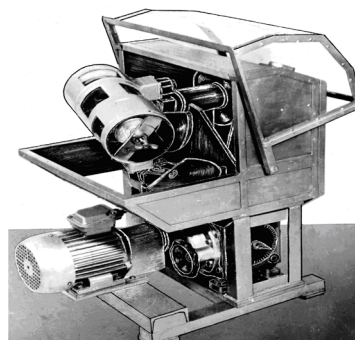


Рис.4 - Производственный образец

## Выводы

1. Пространственные механизмы с вращательными шарнирами исследованы разрозненно отечественными и зарубежными учёными только теоретически, с упором в основном на механизм Беннетта.

2. Практически нет сведений об изготовленных моделях механизмов и особенно нет примеров их практического использования в технике и технологических процессах за прошедшие 110 лет со дня опубликования механизма Беннетта в печати.

3. Учёными Казанской школы механиков создано новое научное направление в теории пространствен-

ных механизмов, разработки которых имеют отечественный и мировой приоритеты. Во всех этапах работы чётко осуществлён принцип исследований: теоретическое обоснование, оформление заявки на изобретение, изготовление модели и производственного образца, экспериментальное исследование и внедрение результатов в производство.

4. Трудность становления и развития пространственных механизмов с вращательными шарнирами окупилась разнообразием полезных свойств, по числу которых они не имеют себе равных среди других известных механизмов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бармин Ю.И. К вопросу о механизме Беннетта – Верховского / Ю.И. Бармин // Труды Хабаровского института инженеров железнодорожного транспорта, вып.12, 1961. с. 46 - 55.
2. Бруевич Н.Г. Кинестатика пространственных механизмов / Н.Г. Бруевич // Труды ВВА им. Н.Е. Жуковского, №22, 1937. с. 3 - 85.
3. Бюшгенс С.С. Механизм Беннетта – Верховского / С.С. Бюшгенс // Прикладная математика и механика, т.11, вып.4, 1939. с. 513 - 518.
4. Верховский А.В. Четырёхзвенный пространственный механизм с цилиндрическими шарнирами, оси которых не параллельны и не пересекаются в одной точке и его исследования / А.В. Верховский // Известия Томского технологического института. т. 6, вып.2. Томск, 1925. с.24 - 30.
5. Галиуллин Ш.Р. Технологии и технические средства для промышленной подработки семян сахарной свеклы и подготовки их к севу / Ш.Р. Галиуллин, Р.Ш. Марданов. – Казань: ФЭН, 2005. – 240 с.
6. Галиуллин Ш.Р. Обоснование параметров пруткового элеватора с неравномерным движением полотна для повышения сепарирующей способности картофелеуборочных машин: Автореферат дисс. канд. техн. наук: 05.20.01 / Ш.Р. Галиуллин. - М.: ВИМ, 1989. - 24 с.
7. Галиуллин Ш.Р. О структуре и кинематике пространственного пятизвенного механизма с вращательными парами / Ш.Р. Галиуллин, Р.Ш. Марданов // Теория механизмов и машин. 2011. № 2. с.30 - 37.
8. Глазунов В.А. Методологические проблемы теоретической робототехники: Диссертация докт. филос. наук: 09.00.08 / В.А. Глазунов. – М., 2003. – 263 с.
9. Дворников Л.Т. Нетрадиционные рассуждения о существовании механизма Беннетта / Л.Т. Дворников // Теория механизмов и машин. 2009. №1. с. 5 - 10.
10. Диментберг Ф.М. Теория пространственных шарнирных механизмов /Ф.М. Диментберг. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1982. – 336 с.
11. Диментберг Ф.М. Механизм Беннетта / Ф.М. Диментберг, Я.Б. Шор // Прикладная математика и механика, т.4, №3, 1940. с.111-118.
12. Евграфов А.Н. Расчет геометрических и кинематических параметров пространственного рычажного механизма с избыточной связью /А.Н. Евграфов, Г.Н. Петров // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2013. №3. с.3-8.
13. Жарковский А.П. Исследование базового пятизвенного механизма пространственного смесителя комбикормов и минеральных удобрений: Автореферат дисс. канд. техн. наук: 05.20.01 /А.П. Жарковский. - Казань, КСХИ,1976. - 21 с.
14. Киямов И.М. Разработка и обоснование параметров пространственного планетарного смесителя кормовых компонентов: Дисс. канд. техн. наук: 05.20.01 / И.М. Киямов. - Казань: КГСХА, 1998. - 230 с.
15. Лебедев П.А. Кинематика пространственных механизмов / П.А. Лебедев. – М. - Л.: Машиностроение, 1966. – 280 с.
16. Мудров П.Г. Пространственный механизм привода протравливателя зерна / П.Г. Мудров, А.Г. Мудров, Р.Ш. Марданов.// Химическая защита в с/х производстве. Тез. докл. научно-практической конференции, 1978. с. 64 - 66.



17. **Мудров П.Г.** Пространственные механизмы с вращательными парами / П.Г. Мудров. – Казань: Изд-во Казанского государственного университета, 1976. – 264 с.
18. **Мудров П.Г.** Исследование структуры и кинематики пространственных шарнирных механизмов: Автореферат дисс. канд. техн. наук: 05.02.18 / П.Г. Мудров. - Казань: КХТИ, 1965. – 19 с.
19. **Мудров П.Г.** Исследование пространственных шарнирных механизмов с особой структурой и их внедрение в машиностроении: Автореферат дисс. докт. техн. наук: 05.02.18 / П.Г. Мудров. - М.: ИМАШ, 1979. - 44 с.
20. **Мудров А.Г.** Пространственные механизмы с особой структурой / А.Г. Мудров.– Казань: РИЦ «Школа», 2003. – 300 с.
21. **100 лет механизму Беннетта** / Материалы международной конференции по теории механизмов и машин. – Казань: РИЦ «Школа», 2004. – 292 с.
22. **Мудров А.Г.** Динамика скоростного режущего аппарата применительно к толстостебельным культурам: Дисс. канд. техн. наук: 05.20.01 / А.Г. Мудров. - Казань: КСХИ, 1974. - 191 с.
23. **Мудров А.Г.** Разработка пространственных перемешивающих устройств нового поколения, применяемых в сельском хозяйстве и промышленности: Автореферат дисс. докт. техн. наук: 05.02.18 / А.Г. Мудров. - Казань: КГСХА, 1999. - 44 с.
24. **Мудров А.Г.** 100 лет механизму Беннетта / А.Г. Мудров // Материалы международной конференции по теории механизмов и машин. – Казань: РИЦ «Школа», 2004. с. 27 - 32.
25. **Мудров А.Г.** Пространственные перемешивающие устройства / А.Г. Мудров. - Казань: Таткнигоиздат, 1984. - 179 с.
26. **Мудров А.Г.** Механизм Беннетта и использование его в технике / А.Г. Мудров. – Казань: КГСХА, 1999. – 80 с.
27. **Мудров А.Г.** Исследования ученых - механиков Казани и сельхозакадемии / А.Г. Мудров, М.Г. Яруллин. – Казань: «Фолиант», 2002. – 88 с.
28. **Мудров А.П.** Теоретические основы анализа и проектирования пространственного винтового смесителя: Автореферат дисс. канд. техн. наук: 05.02.18 / А.П. Мудров. - Казань: КХТИ, 1989. - 18 с.
29. **Минуллин С.М.** Графо-аналитическое исследование пространственных четырехзвенных двухкривошипных механизмов с вращательными парами: Автореферат дисс. канд. техн. наук: 05.02.18 / С.М. Минуллин. - Л., 1970. -21 с.
30. **Пожбелко В.И.** Метод системного структурного анализа подвижности плоских и пространственных механизмов в определенном пространстве их движений / В.И. Пожбелко // Теория механизмов и машин. 2014. №1. с. 70-80.
31. **Тавхелидзе Д.С.** К вопросу синтеза и кинематики пространственных четырехзвенных механизмов / Д.С. Тавхелидзе. –Тбилиси: «Цодна», 1960.
32. **Хростицкий А. А.** Особенности структуры и геометрии пространственного шестизвенного механизма с избыточными связями / А.А. Хростицкий, В.А. Терешин // Современное машиностроение. – Санкт-Петербург: СПбГПУ, 2011. с. 399 - 409.
33. **Хростицкий А.А.** Кинематический и силовой анализ рычажного механизма смесителя с избыточной связью: Автореферат дисс.канд. техн.наук: 05.02.18 / А.А. Хростицкий. - Санкт-Петербург: СПбГПУ, 2012. - 16 с.
34. **Хуснутдинов Б.К.** Кинематика, динамика и кинетика смесителя с базовым пространственным шарнирным семизвенником: Автореферат дисс. канд. техн. наук: 05.20.01 / Б.К. Хуснутдинов. - Казань: КСХИ, 1994. - 21с.
35. **Шитиков Б.В.** Исследование пространственных шарнирных механизмов, Рукопись. Отчет о НИР. – Казань: КХТИ, 1957. – 28 с.
36. **Шитиков Б.В.** Исследование пространственных шарнирных механизмов, Рукопись. Отчет о НИР. – Казань: КХТИ, 1958. – 30 с.
37. **Яруллин М.Г.** Обоснование параметров и режимов работы погружной моечной машины с пространственным движением платформы: Диссертация канд. техн. наук: 05.20.03 / М.Г. Яруллин. - Ульяновск: УСХИ, 1989. - 141 с.
38. **Яруллин М.Г.** Интенсификация очистки изделий в погружных моечных машинах на базе пространственных механизмов: Автореферат дисс. докт. техн. наук: 05.20.03 / М.Г. Яруллин. - М.: МГАУ. 2002. – 35 с.
39. **Яруллин М.Г.** Синтез структурных модификаций механизма Беннетта / М.Г. Яруллин, М.Р. Мингазов // Труды КНИТУ, 2013. с. 271 - 280.
40. **Яхин С.М.** Анализ и проектирование пространственного шарнирного вибропогружателя: Автореферат дисс. канд. техн. наук: 05.02.18 / С.М. Яхин. – Казань: КСХИ, 1992. – 20 с.
41. **Borel, E.** Memoire sur deplacements a trajectories spheriques. Metories, presents par dives savants a

- I'Academie des sciences de I'institute de France. 1904, t.33, deuxieme serie, №1, p.1-128.
42. **Baker, E. J.** The Bennett, Goldberg and Myard linkages – in perspective, *Mechanism and Machine Theory*, 14, 1979, p. 239 - 253.
43. **Baker, E. J.** The Bennett linkage and its associated quadric surfaces, *Mechanism and Machine Theory*, 23(2), 1988, p.147-156.
44. **Baker, E. J.** On the motion geometry of the Bennett linkage, *Proceeding 2 of Eighth International Conference on Engineering Computer Graphic and Descriptive Geometry*, Austin, USA, 31 July-3 August, 1998, p. 433-437.
45. **Baker, E. J.** The axodes of the Bennett linkage, *Mechanism and Machine Theory*, 36, 2001, p.105-116.
46. **Bennett, G.T.** A new mechanism. *Engineering*, London, 1903, p.777-778.
47. **Bennett, G. T.** The skew isogram mechanism, *Proceeding of London Mathematics Society*, 2nd series, 13, 1914, p.151 - 173.
48. **Bricard, R.** Demonstration elementaires de proprietes fondamentales du tore. – *Nouvelles anales de mathematiques*, 1924, p. 308 - 313.
49. **Goldberg, M.** New five-bar and six-bar linkages in three dimensions, *Trans. ASME*, 65, 1943, p.649 - 663.
50. **Delassus, E.** Sur les chaines articulees fermees. - *Comptes Rendus*, 1922, p. 1331-1333.
51. **Delassus, E.** Les chaînes articulées fermées et déformables à quatre membres, *Bulletin des Sciences Mathématiques*, 2nd series, 46, 1922, p.283-304.
52. **Egger, H.** Das Raumgetriebe von Bennett. - *Maschinenbau*, 1936, №1, p. 42-43.
53. **Brunthaler, K., Schrockner, H-P., Husty, M..** A New Method for the Synthesis of Bennett Mechanisms / *University Innsbruck, Austria // Proceedings of CK2005, International Workshop on Computational Kinematics*. – Cassino, 2005. – p. 53-61.
54. **D'Ocagne, M.** Cours de geometrie pure et applique l'ecole polytechnique, 1918, p. 54 - 56.
55. **Mavroidis, C. and Roth, B.** Analysis and Synthesis of Overconstrained Mechanisms, *Mechanism Synthesis and Analysis, Proceedings of the 1994 ASME Design Technical Conferences*, Minneapolis MI, 1994, p.115-133.
56. **Mavroidis, C. and Roth, B.** New and Revised Overconstrained Mechanisms, *Transactions of the ASME Journal of Mechanical Design*, 1995, p. 75-82.
57. **Myard, F. E.** Contribution à la géométrie des systèmes articulés, *Societe mathematiques de France*, 59, 1931, p.183 - 210.
58. **Myard, F. E.** Sur les chaines fermees a quatre couples rotoides non concourant, deformables an premiere degree de liberte. – *Comptes Rendus*, 1931, p. 1194 - 1196.
59. **Waldron, K. J.** Hybrid overconstrained linkages, *Journal of Mechanisms*, 3, 1968, p.3 - 78.
60. **Waldron, K. J.** Symmetric overconstrained linkages, *Trans. ASME, Journal of Engineering for Industry*, B91, 1969, p.158 - 164.
61. **Wohlhart, K.** A new 6R space mechanism, *Proceedings of the 7th World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms*, Seville, Spain, 17 - 22 September, 1, 1987, p.93 - 198.
62. **Wohlhart, K.** Merging two general Goldberg 5R linkages to obtain a new 6R space mechanism, *Mechanism and Machine Theory*, 26(2), 1991, p. 659 - 668.
63. **Sarrus, P. T.** Note sur la transformation des mouvements rectilignes alternatifs, en mouvements circulaires, et reciproquement, *Académie des Sciences*, 36, 1853, p.1036 - 1038.
64. **Mudrov, A.G. , Jarullin, M.G.** From the Bennett mechanism to the differential gear. *Kazan, Kazan University press*, 2003. – 92 p.
65. **Chen, Y.** Design of Structural Mechanisms, *Doctoral Dissertation, University of Oxford*. 2003.
66. **Jingfang, LIU, Yueqing, YU, Zhen, HUANG and Xiao'ou, HUANG** General Order Principle for MultiBennett Linkages, *CHINESE JOURNAL OF MECHANICAL ENGINEERING*, Vol.26, No.1, 2013, p.1 - 7.
67. **Oliveira, Jr A.A., Carvalho, J.C.M.** Modeling of the Bennett's linkage as leg of a mobile robot, *12 th IFToMM World Congress, Besancon, 2007*, p.1-6.
68. **Melin, N.O.** Application of Bennett Mechanisms to Long-Span Shelters, *Doctoral Dissertation, U8*.
69. **Nastase, A., Bocioaca, R.** Utilizarea Programului AutoCAD Pentru Generarea Configuratiilor mecanismului Bennett, *Simposioul national cu participare internationala Proiectarea ASIstata de Calculator*, Brasov. 2002, p.237-240.
70. **Chen, Y., Baker, E.J.** Using a Bennett linkage as a connector between other Bennett loops, *Proc. IMechE*, Vol. 219, 2004, p.177-185.
71. **Perez, A., McCarthy, J.M.** Dimensional Synthesis of Bennett Linkages, *Transactions of the ASME*, Vol. 125, 2003, p.98-104.

DOI 10.5862/TMM.26.7

Article history: Received 16.12.2014  
 Received in revised form 29.06.2015  
 Accepted 01.07.2015

## REVIEW OF RESEARCH SPATIAL MECHANISMS WITH ROTATIONAL HINGES

**Mudrov A.G., Mardanov R.S.**



*Ministry of agriculture and food of the Republic of Tatarstan: 36, Fedoseevskaya st., Kazan, Republic of Tatarstan, Russia, 420014*

*Kazan State Agrarian University: 65, K.Marx st., Kazan, Republic of Tatarstan, Russia, 420015*

Article reviews the research of spatial mechanisms, which in its structure contains only one rotational joints. Presented and analyzed the chronological details of domestic and foreign scientists to study the mechanism of Bennett and other spatial mechanisms with rotational joints. Under-emphasized that research on these subjects conducted piecemeal only in theoretical terms. Virtually no information on the mechanisms and models made especially no examples of their practical use in engineering and manufacturing processes. There is a lack of scientific schools both in this country and abroad to develop and study the mechanisms of this class. The role of scientists of the Kazan School of Mechanical - members of the department of the theory of mechanisms and machines, Kazan State Agrarian University on integrated studies of the mechanisms, the establishment on the basis of their different devices, as well as the implementation of research results into production. It is noted that the spatial arrangements with rotational joints get a start in life by scientists Kazan Mechanics School, whose research and development are a priority on the national and global levels.

**Keywords:** spatial mechanisms with rotational hinges, spatial swivel four sektionns Bennett, spatial five, six, sebenbar mechanisms, chronologically information sources and shientific patent materials.

### REFERENCES

1. **Barmin J.I.** K voprosu o mekhanisme Bennetta-Verkhovskogo [On the mechanism of Bennett - Verkhovskiy] / I.E. Barmin // Trudy Khabarovskogo instituta inzhenerov zheleznodorozhnogo transporta, vyp.12, 1961. p. 46-55. (rus.)
2. **Bruevich N.G.** Kinetostatika prostranstvennykh mekhanizmov [Kinetostatics spatial mechanisms] / N.G. Bruevich // Trudy VVA im. N.E. Zhukovskogo, №22, 1937. p. 3-85. (rus.)
3. **Byushgens S.S.** Mekhanizm Bennetta-Verkhovskogo [Mechanism Bennett - Verkhovskiy] / S.S. Byushgens // Prikladnaya matematika i mehanika, t.11, vyp.4, 1939. p. 513-518. (rus.)
4. **Verkhovskiy A.V.** Chetyrekhzvenny prostranstvenny mekhanizm s tsilindricheskimi sharnirami, osi kotorykh ne parallelny i ne peresekayutsya v odnoy tochke i ego issledovaniya [Four-dimensional mechanism with cylindrical joints whose axes are not parallel and do not intersect at one point and his research] / A.V. Verkhovskiy // Izvestiya Tomskogo tekhnologicheskogo instituta. t. 6, vyp.2. Tomsk, 1925. p.24-30. (rus.)
5. **Galiullin Sh.R.** Tekhnologii i tekhnicheskie sredstva dlya promyshlennoi podrabotki semyan sakhar-noi svekly i podgotovki ikh k sevu [Technologies and technical means for undermining industrial sugar beet seeds and prepare them for planting] / Sh.R. Galiullin, R.Sh. Mardanov. – Kazan: FEN, 2005. – 240 p. (rus.)
6. **Galiullin Sh.R.** Obosnovanie parametrov prutkovogo elevatora s neravnomernym dvizheniem polot-na dlya povysheniya separiruyushchey sposobnosti kartofeleuborochnykh mashin [Justification of the arameters of bar elevator with uneven blade movement to enhance the ability of separating potato harvesters] : Avtoreferat diss. kand. tekhn. nauk: 05.20.01 / Sh.R. Galiullin. - M.: VIM, 1989. - 24 p. (rus.)
7. **Galiullin Sh.R.** O strukture i kinematike prostranstvennogo pyatizvennogo mekhanizma s vraschatel-nymi parami [On the structure and kinematics of spatial five mechanism with rotational pairs] / Sh.R. Galiullin, R.Sh. Mardanov // Teoriya mehanizmov i mashin. 2011. № 2. p.30-37. (rus.)
8. **Glazunov V.A.** Metodologicheskie problemy teoreticheskoi robototekhniki [Methodological problems of theoretical robotics] : Diss. dokt. filos. nauk: 09.00.08 / V.A. Glazunov. – M., 2003. – 263 p. (rus.)
9. **Dvornikov L.T.** Netraditsionnye rassuzhdeniya o suschestvovanii mekhanizma Bennetta [Non-traditional arguments about the existence of a mechanism Bennett] / L.T. Dvornikov // Teoriya mehanizmov i mashin. 2009.

№1. p. 5-10. (rus.)

- 10. Dimentberg F.M.** Teoriya prostranstvennykh sharnirnykh mekhanizmov [The theory of spatial hinge mechanisms] / F.M. Dimentberg. – M.: Nauka. Glavnaya redaktsiya fiziko-matematicheskoy literatury, 1982. – 336 p. (rus.)
- 11. Dimentberg F.M.** Mekhanizm Bennetta [Mechanism Bennett] / F.M. Dimentberg, Ya.B.Shor // Prikladnaya matematika i mehanika, t.4, №3, 1940. p.111-118. (rus.)
- 12. Evgrafov A.N.** Raschet geometricheskikh i kinematicheskikh parametrov prostranstvennogo ry-chazhnogo mekhanizma s izbytochnoi svyazyu [Calculation of geometric and kinematic parameters of the spatial linkage with redundant links] / A.N. Evgrafov, G.N. Petrov // Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin. 2013. № 3. с.3 - 8.
- 13. Zharkovskiy A.P.** Issledovanie bazovogo pyatizvennogo mekhanizma prostranstvennogo smesitelya kombikormov i mineralnykh udobreniy [Study basic mechanisms of spatial five-mixer of feed and fertilizer] : Avtoreferat diss. kand. tekhn. nauk: 05.20.01/A.P. Zharkovskiy.- Kazan, KSHI,1976. -21 p. (rus.)
- 14. Kiyamov I.M.** Razrabotka i obosnovanie parametrov prostranstvennogo planetarnogo smesitelya kormovykh komponentov [Development and substantiation of parameters of the spatial planetary mixer feed components] : Diss. kand. tekhn. nauk: 05.20.01 / I.M. Kiyamov. - Kazan: KGSHA, 1998. - 230 p. (rus.)
- 15. Lebedev P.A.** Kinematika prostranstvennykh mekhanizmov [The kinematics of spatial mechanisms] / P.A. Lebedev. – M. - Л.: Mashinostroenie, 1966. – 280 p. (rus.)
- 16. Mudrov P.G.** Prostranstvennyi mekhanizm privoda protravlivatelya zerna [Spatial drive mechanism treater grain] / P.G. Mudrov, A.G. Mudrov, R.Sh. Mardanov// Khimicheskaya zaschita v s/kh proizvodstve. Tez. dokl. nauchno-prakticheskoy konferentsii, 1978. p. 64-66. (rus.)
- 17. Mudrov P.G.** Prostranstvennye mekhanizmy s vraschatelnymi parami [Spatial arrangements with rotational pairs] / P.G. Mudrov. – Kazan: Izd-vo Kazanskogo gosuniversiteta, 1976. – 264 p. (rus.)
- 18. Mudrov P.G.** Issledovanie struktury i kinematiki prostranstvennykh sharnirnykh mekhanizmov [Investigation of the structure and kinematics of spatial hinge mechanisms]: Avtoreferat diss. kand. tekhn. nauk: 05.02.18 / P.G. Mudrov. – Kazan: KHTI, 1965. – 19 p. (rus.)
- 19. Mudrov P.G.** Issledovanie prostranstvennykh sharnirnykh mekhanizmov s osoboy strukturoi i ikh vnedrenie v mashinostroeni [The study of spatial hinge mechanisms with particular structure and their implementation in engineering] : Avtoreferat diss. dokt. tekhn. nauk: 05.02.18 / P.G. Mudrov. - M.: IMASH, 1979. - 44 p. (rus.)
- 20. Mudrov A.G.** Prostranstvennye mekhanizmy s osoboy strukturoi [Spatial arrangements with special structure] / A.G. Mudrov. – Kazan: RIC «Shkola», 2003. – 300 p. (rus.)
- 21.** 100 let mekhanizmu Bennetta [100 years mechanism Bennett] / Materialy mezhdunarodnoy konfe-rentsii po teorii mekhanizmov i mashin. – Kazan: RIC «Shkola», 2004. – 292 p. (rus.)
- 22. Mudrov A.G.** Dinamika skorostnogo rezhushchego apparata primenitelno k tolkostebelnykh kultu-ram [Dynamics of high-speed cutting machine with respect to tolkosteste-cabing cultures] : Diss. kand. tekhn. nauk: 05.20.01 / A.G. Mudrov. - Kazan: KSHI, 1974. - 191 p. (rus.)
- 23. Mudrov A.G.** Razrabotka prostranstvennykh peremeshivayuschikh ustroystv novogo pokoleniya, primenyaemykh v selskom khozyastve i promyshlennosti [Development of spatial mixing devices of the new generation, used in agriculture and industry] : Avtoreferat diss. dokt. tekhn. nauk: 05.02.18 / A.G. Mudrov. - Kazan: KGSHA, 1999. - 44 p. (rus.)
- 24. Mudrov A.G.** 100 let mekhanizmu Bennetta [100 years mechanism Bennett] / A.G. Mudrov // Materialy mezhdunarodnoy konferentsii po teorii mehanizmov i mashin. – Kazan: RIC «Shkola», 2004. p. 27-32. (rus.)
- 25. Mudrov A.G.** Prostranstvennye peremeshivayuschie ustroystva [Spatial mixing devices] / A.G. Mu-drov. - Kazan: Tatknigoizdat, 1984. - 179 p. (rus.)
- 26. Mudrov A.G.** Mekhanizm Bennetta i ispolzovanie ego v tekhnike [Bennett mechanism and its use in technology] / A.G. Mudrov. – Kazan: KGSHA, 1999. – 80 p. (rus.)
- 27. Mudrov A.G.** Issledovaniya uchenykh-mekhanikov Kazani i seikhozakademii [Research scientists, engineers and Kazan selhozakademii] / A.G. Mudrov, M.G. Jarullin. – Kazan: IPC «Foliant», 2002. – 88 p. (rus.)
- 28. Mudrov A.P.** Teoreticheskie osnovy analiza i proektirovaniya prostranstvennogo vintovogo smesi-telya [The theoretical framework for the analysis and design of spatial blender] : Avtoreferat diss. kand. tekhn. nauk: 05.02.18 / A.P. Mudrov. - Kazan: KHTI, 1989. - 18 p. (rus.)
- 29. Minullin S.M.** Grafo-analiticheskoe issledovanie prostranstvennykh chetyrekhzvennykh dvuchkri-



voshipnykh mekhanizmov s vrashchatelynymi parami [Graph - analytical study of spatial four-crank mechanism with rotational pairs] : Avtoreferat diss. kand. tekhn. nauk: 05.02.18 /S.M. Minullin. -L., 1970. -21 p. (rus.)

**30. Pozhbelko V.I.** Metod sistemnogo strukturnogo analiza podvizhnosti ploskikh i prostranstvennykh mekhanizmov v opredelennom prostranstve ikh dvizheniy [The method of structural analysis of the mobility system planar and spatial mechanisms in a certain space of their movements] / V.I. Pozhbelko // Teoriya mekhanizmov i mashin. 2014. №1. p. 70-80. (rus.)

**31. Tavkheldze D.S.** K voprosu sinteza i kinematiki prostranstvennykh chetyrekhzvennykh mekhanizmov [On the question of synthesis and kinematics of spatial four mechanisms] / D.S. Tavkheldze. – Tbilisi: «Codna», 1960. (rus.)

**32. Khrostitskiy A.A.** Osobennosti struktury i geometrii prostranstvennogo shestizvennogo mekhanizma s izbytochnymi svyazyami [Features of the structure and geometry of the six-membered spatial mechanism with redundant links] / A.A. Khrostitskiy, V.A. Tereshin //Sovremennoe mashinostroenie. – Sankt-Peterburg: SPbGPU, 2011. p. 399-409. (rus.)

**33. Khrostitskiy A.A.** Kinematicheskiy i silovoy analiz rychazhnogo mekhanizma smesitelya s izbytochnoy svyazyu [Kinematic and force analysis of linkage mixer with redundant links] : Avtoreferat diss. kand. tekhn. nauk: 05.02.18 / A.A. Khrostitskiy.- Sankt-Peterburg: SPbGPU, 2012.- 16 p. (rus.)

**34. Khusnutdinov B.K.** Kinematika, dinamika i kinetika smesitelya s bazovym prostranstvennym sharnirnym semizvennikom [Kinematics, dynamics and kinetics of the mixer with swivel base spatial semizvennikom] : Avtoreferat diss. kand. tekhn. nauk: 05.20.01 / B.K. Khusnutdinov.- Kazan: KSHI, 1994. – 21p. (rus.)

**35. Shitikov B.V.** Issledovanie prostranstvennykh sharnirnykh mekhanizmov [The study of spatial hinge mechanisms] , Rukopis. Otchet o NIR. – Kazan: KHTI, 1957. – 28 p. (rus.)

**36. Shitikov B.V.** Issledovanie prostranstvennykh sharnirnykh mekhanizmov [The study of spatial hinge mechanisms], Rukopis. Otchet o NIR. – Kazan: KHTI, 1958. – 30 p. (rus.)

**37. Yarullin M.G.** Obosnovanie parametrov i rezhimov raboty погружной моечной машины с prostranstvennym dbizheniem platformy [Justification of parameters and operating modes of the immersion washer with spatial motion platform] : Diss. kand. tekhn. nauk: 05.20.03 / M.G. Yarullin. - Ulyanovsk: USHI, 1989. - 141 p. (rus.)

**38. Yarullin M.G.** Intensifikatsiya ochistki izdeliy v погружных моечных машинах на базе prostranstvennykh mekhanizmov [Intensification of cleaning products in the immersion washing machines on the basis of spatial mechanisms] : Avtoreferat diss. dokt. tekhn. nauk: 05.20.03 / M.G. Yarullin. - M.: MGAU. 2002. – 35 p. (rus.)

**39. Yarullin M.G.** Sintez strukturnykh modifikatsiy mekhanizma Bennetta [Synthesis of structural modifications mechanism Bennett] / M.G. Yarullin, M.R. Mingasov // Trudy KNITU, 2013. p. 271-280. (rus.)

**40. Yakhin S.M.** Analis i proektirovanie prostranstvennogo sharnirnogo vibropogruzhatelya [Analysis and design of spatial hinge vibrator] : Avtoreferat diss. kand. tekhn. nauk: 05.02.18 / S.M. Yakhin. – Kazan: KSHI, 1992. – 20 p. (rus.)

**41. Borel, E.** Memoire sur deplacements a trajectories spheriques. Metories, presents par dives savants a l'Academie des sciences de l'institute de France. 1904, t.33, deuxieme serie, №1, p.1-128.

**42. Baker, E. J.** The Bennett, Goldberg and Myard linkages – in perspective, Mechanism and Machine Theory, 14, 1979, p.239-253.

**43. Baker, E. J.** The Bennett linkage and its associated quadric surfaces, Mechanism and Machine Theory, 23(2), 1988, p.147-156.

**44. Baker, E. J.** On the motion geometry of the Bennett linkage, Proceeding 2 of Eighth International Conference on Engineering Computer Graphic and Descriptive Geometry, Austin, USA, 31 July-3 August, 1998, p. 433-437.

**45. Baker, E. J.** The axodes of the Bennett linkage, Mechanism and Machine Theory, 36, 2001, p.105-116.

**46. Bennett, G.T.** A new mechanism. Engineering, London, 1903, p.777-778.

**47. Bennett, G. T.** The skew isogram mechanism, Proceeding of London Mathematics Society, 2nd series, 13, 1914, p.151-173.

**48. Bricard, R.** Demonstration elementaires de proprietes fondamentales du tore. – Nouvelles anales de mathematiques, 1924, p. 308-313.

**49. Goldberg, M.** New five-bar and six-bar linkages in three dimensions, Trans. ASME, 65, 1943, p. 649-663.

**50. Delassus, E.** Sur les chaines articulees fermees. - Comptes Rendus, 1922, p. 1331-1333.

51. **Delassus, E.** Les chaînes articulées fermées et déformables à quatre membres, Bulletin des Sciences Mathématiques, 2nd series, 46, 1922, p.283-304.
52. **Egger, H.** Das Raumgetriebe von Bennett.-Maschinenbau, 1936, №1, p. 42-43.
53. **Brunnthaler, K., Schrockner, H-P., Husty, M..** A New Method for the Synthesis of Bennett Mechanisms / University Innsbruck, Austria // Proceedings of CK2005, International Workshop on Computational Kinematics. – Cassino, 2005. – p. 53–61.
54. **D’Ocagne, M.** Cours de geometrie pure et applique l’ecole polytechnique, 1918, Y.11, p. 54-56.
55. **Mavroidis, C. and Roth, B.** Analysis and Synthesis of Overconstrained Mechanisms, Mechanism Synthesis and Analysis, Proceedings of the 1994 ASME Design Technical Conferences, Minneapolis MI, DE- 70, 1994, p.115-133.
56. **Mavroidis, C. and Roth, B.** New and Revised Overconstrained Mechanisms, Transaktions of the ASME Journal of Mechanical Design, 1995, p. 75-82.
57. **Myard, F. E.** Contribution à la géométrie des systèmes articulés, Societe mathématiques de France, 59, 1931, p.183-210.
58. **Myard, F. E.** Sur les chaines fermées a quatre couples rotoides non concourant, deformables an pre-miere degre de liberte. – Comptes Rendus, 1931, p. 1194-1196.
59. **Waldron, K. J.** Hybrid overconstrained linkages, Journal of Mechanisms, 3, 1968, p.73- 78.
60. **Waldron, K. J.** Symmetric overconstrained linkages, Trans. ASME, Journal of Engineering for In-dustry, B91, 1969, p.158-164.
61. **Wohlhart, K.** A new 6R space mechanism, Proceedings of the 7th World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms, Seville, Spain, 17-22 September, 1, 1987, p.193-198.
62. **Wohlhart, K.** Merging two general Goldberg 5R linkages to obtain a new 6R space mechanism, Me-chanism and Machine Theory, 26(2), 1991, p.659-668.
63. **Sarrus, P. T.** Note sur la transformation des mouvements rectilignes alternatifs, en mouvements circulaires, et reciproquement, Académie des Sciences, 36, 1853, p.1036-1038.
64. **Mudrov, A.G. , Jarullin, M.G.** From the Bennett mechanism to the differential gear. Educational book. Kazan, Kazan University press, 2003. – 92 p.
65. **Chen, Y.** Design of Structural Mechanisms, Doctoral Dissertation, University of Oxford. 2003.
66. **Jingfang, LIU, Yueqing, YU, Zhen, HUANG and Xiao’ou, HUANG** General Order Principle for Multi-Bennett Linkages, CHINESE JOURNAL OF MECHANICAL ENGINEERING, Vol.26, No.1, 2013, p.1-7.
67. **Oliveira, Jr A.A., Carvalho, J.C.M.** Modeling of the Bennett’s linkage as leg of a mobile robot, 12 th IFToMM World Congress, Besancon, 2007, p.1-6.
68. **Melin, N.O.** Application of Bennett Mechanisms to Long-Span Shelters, Doctoral Dissertation, U8.
69. **Nastase, A., Bocioaca, R.** Utilisarea Programului AutoCAD Pentru Generarea Configuratiilor me-CHANISMULUI Bennett, Simposionul national cu participare international PROiectarea ASistata de Calculator, Brasov. 2002, p.237-240.
70. **Chen, Y., Baker, E.J.** Using a Bennett linkage as a connector between other Bennett loops, Proc. IMechE, Vol. 219, 2004, p.177-185.
71. **Perez, A., McCarthy, J.M.** Dimensional Synthesis of Bennett Linkages, Transactions of the ASME, Vol. 125, 2003, p.98-104.