

Модели подобного рода обладают повышенной сложностью, что, в частности, связано с большим числом степеней свободы $H = 2n + 1$, где n – число секций (модулей). Строго говоря, система является нелинейной (зазоры, функция положения Π , диссипативные силы). Как показано в работах [3, 4, 6], при малых зазорах одиночное соударение вызывает импульсное возбуждение, при котором нелинейность зазора проявляется на частотных характеристиках системы лишь при генерировании виброударных режимов. Такие режимы должны быть подавлены на стадии динамического синтеза.

Нелинейная функция положения в окрестности программного движения с достаточной точностью трансформируется в характеристику нестационарной связи вида

$$\Pi(\varphi_* + q_i) \approx \Pi(\varphi_*) + \Pi'(\varphi_*)q_i, \quad (1)$$

где $\varphi_* = \omega t$, $\Pi'(\varphi_*)$ – первая геометрическая передаточная функция

Проблема динамического синтеза подобных систем нуждается в дальнейших исследованиях. Особого внимания требуют нарушения условий регулярности систем, что, в свою очередь, может привести к нарушениям синфазности колебаний длинного исполнительного органа и к появлению пространственной локализации колебаний. Так, в частности, при некоторых условиях уровень колебаний исполнительного органа на последних секциях многократно превышает уровень колебаний на первой секции, что связано с трансформацией энергии в колебательной системе привода цикловой машины. При этом возникают нарушения синфазности перемещения различных участков рабочего органа и сопутствующие кромочные эффекты, которые нередко существенно снижают качество выпускаемой продукции.

Проанализируем предпосылки для возникновения нарушений синхронной формы колебаний на примере регулярной модели кольцевой структуры, приведенной на рис. 1. Среди возможных причин этого эффекта могут быть выделены нелинейные факторы, связанные с зазорами, интерференция колебаний при плотном частотном спектре и переменности параметров, фазовые сдвиги в аргументе функции положения $\Pi(\varphi)$ в разных сечениях главного вала.

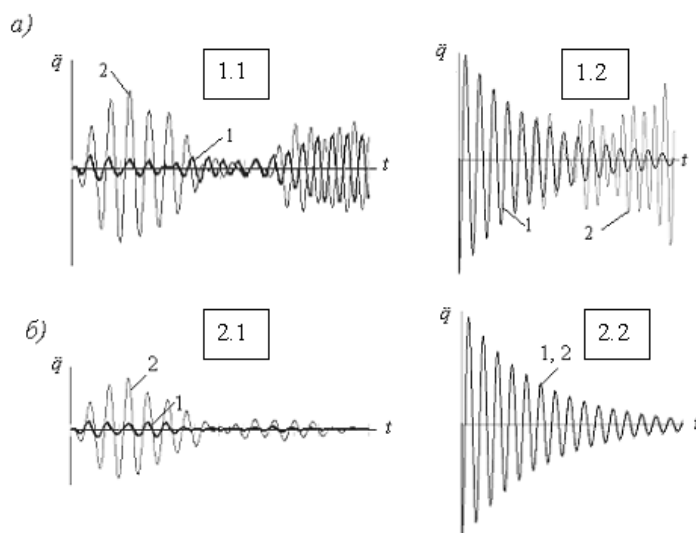


Рис. 2. К анализу свободных колебаний при учёте переменности параметров

Покажем, что в рассматриваемой системе при анализе условий возникновения пространственной локализации колебаний можно ограничиться линейной постановкой задачи. Чтобы исключить влияние нелинейных факторов, проведём численный эксперимент, при котором зазоры обнулены, а возбуждение осуществляется за счёт одинаковых начальных

условий в каждом расчётном сечении рабочего органа. Некоторые результаты компьютерного моделирования приведены на рис. 2. Фрагменты 1.1 и 1.2 (рис. 2.1, *a*) иллюстрируют изменение виброускорений на главном валу и исполнительном органе при $n=5$. В окрестности $t=0$ кривые 1 и 2, отвечающие координатам q_2 и q_6 , отображают синфазные колебания, однако затем возникают фазовые сдвиги, с которыми связаны существенное возбуждение на исполнительном органе. Заметим, что наблюдаемый эффект хорошо согласуется с результатом анализа механического аналога туннелирования Ландау-Зинера, приведенного в работе [7]. Как будет показано ниже, в нашем случае интенсивность увеличения амплитуд в крайнем сечении рабочего органа (фрагмент 1.2, кривая 2) связана с энергетической подпиткой, реализуемой внешним источником в нестационарных связях, что может привести к локальным нарушениям условий динамической устойчивости и пространственной локализации колебаний.

При отсутствии связи между отдельными секциями рабочего органа ($c_{52} = 0$) динамическая модель трансформируется в разветвлено-кольцевую. Этому случаю отвечают аналогичные графики на рис. 2, *б*. Теперь фазовые сдвиги на главном валу близки к нулю на всём отрезке времени (фрагмент 2.1), а на исполнительном органе колебания затухают во всех сечениях (фрагмент 2.2). Следует, однако, отметить, что реализация подобного конструктивного варианта может вызвать затруднения из-за возможного снижения жёсткости системы, поэтому возможен промежуточный вариант, когда эта упругая связь сохраняется при некотором изменении её жесткости.

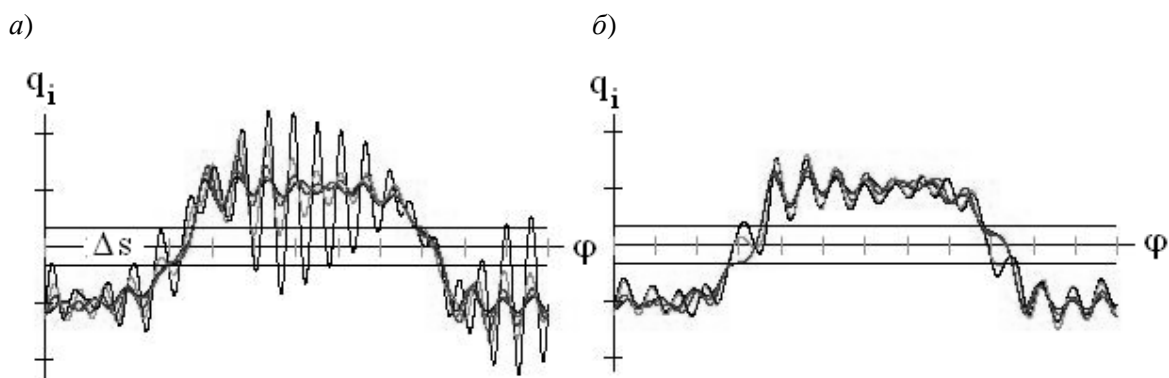


Рис. 3. Снижение возбуждения колебаний рабочего органа при выборке зазора

На рис. 3 приведены результаты компьютерного моделирования при одинаковых значениях коэффициентов жёсткости рабочего органа $c_{k2} = \text{const}$ (*a*) и двукратном уменьшении коэффициента c_{42} (*б*). При этом устранены повторные соударения в зазоре и существенно снижены амплитуды возбуждаемых колебаний.

3. Динамический аналог многосекционного привода

Можно предположить, что сильное возбуждение секции, наиболее удалённой от «входа», связано с тем, что при определённых условиях эта секция, по существу, проявляет себя как динамический гаситель, играющий роль энергетической ловушки для предыдущих секций. Исходя из этих соображений, предложен упрощённый аналог исходной динамической модели (рис. 4). Условно разделим исходную модель на массивную часть, содержащую $n - j$ секций, в которой доминируют синфазные колебания и j секций с нарушениями синфазности. При этом основной интерес представляют свободные сопровождающие колебания, возникающие за счёт импульсных возмущений в окрестности значений $k_* = \sqrt{c/J_2}$.

Моменты инерции и коэффициенты жёсткости в каждом модуле выбраны таким образом, что парциальные частоты модулей 1–3 и 2–4 совпадают между собой и с исходной моделью (см. рис. 1). При определении эквивалентных приведенных значений коэффициентов жёсткости c_1, c_2 (см. рис. 4) был использован способ приближённого замещения группы масс, предложенный А.П. Черевковым [8]. Согласно этому способу $c_1 = c_{1*} \varepsilon^{-1}$; $c_2 = c_{2*} \varepsilon^{-1}$, где $\varepsilon = 0,5[(n-j+1)/(n-j) + (j+1)/(jn)]$ – приведенный коэффициент податливости, $c_{1*} = c_{j1}, c_{2*} = c_{j2}$ – коэффициенты жёсткости участков главного вала и исполнительного органа между секциями (см. рис. 1).

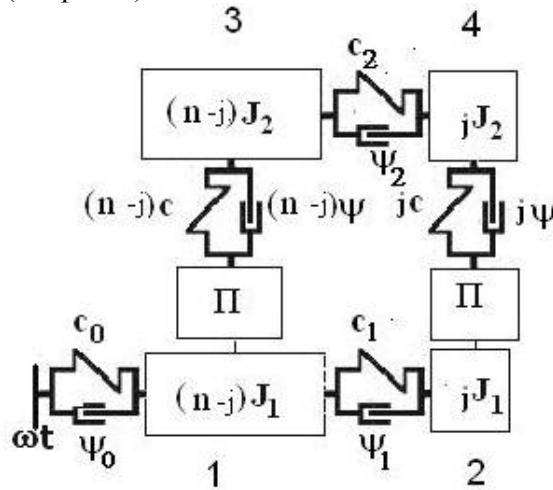


Рис.4. Динамический аналог

В общем случае кинетическая (T) и потенциальная (U) энергия определяется следующими зависимостями:

$$T = T_2 + T_1 + T_0; T_2 = 0,5 \sum_{j=1}^H \sum_{k=1}^H a_{jk}(\varphi) \dot{q}_j \dot{q}_k; T_1 = \sum_{j=1}^H a_j(\varphi) \omega \dot{q}_j; T_0 = 0,5 a_0(\varphi) \omega^2; \quad (2)$$

$$U = 0,5 \sum_{j=1}^H \sum_{k=1}^H c_{jk}(\varphi) q_j q_k.$$

Здесь $a(\varphi), c(\varphi)$ – инерционные и квазиупругие коэффициенты, которые являются медленно меняющимися функциям при аргументе $\varphi = \omega t$ (здесь и ниже звёздочка при φ опускается).

Функции T_2, U , образующие квадратичные формы, позволяют с достаточной точностью определять спектр переменных «собственных» частот. Функция T_1 формирует гироскопические составляющие, способные существенно изменить эффективные диссипативные свойства внутри кинематического цикла. Функция T_0 соответствует кинетической энергии переносного движения, которая при выбранных обобщённых координатах определяет кинематическое возбуждение системы.

На основании (2) изменение полной энергии системы определяется как [9]:

$$\frac{dE}{dt} = \sum_{s=1}^H \tilde{Q}_s \dot{q}_s + \frac{d}{dt} (T_1 + 2T_0) - \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial t}. \quad (3)$$

Представим систему дифференциальных уравнений в матричном виде:

$$\mathbf{a}(\varphi)\mathbf{q}'' + \mathbf{c}(\varphi)\mathbf{q} = \mathbf{Q}(\varphi, \mathbf{q}') . \quad (4)$$

Здесь осуществлён переход к «безразмерному времени» $\varphi = \omega t$. При этом $(\)' = d/d\varphi$, $\mathbf{q}' = \dot{\mathbf{q}}/\omega$. Для модели, приведенной на рис. 4, имеем

$$\mathbf{a} = \text{diag}\{(n-j)J_1, jJ_1, (n-j)J_2, jJ_2\}; \quad \mathbf{c}(\varphi) = \begin{pmatrix} c_{11} & \dots & c_{14} \\ \dots & \dots & \dots \\ c_{41} & \dots & c_{44} \end{pmatrix}, \quad (5)$$

где $c_{11} = \zeta_0 c + \zeta_1 c + c(n-j)\Pi'(\varphi)^2$; $c_{12} = -\zeta_1 c$; $c_{13} = -c(n-j)\Pi'(\varphi)$; $c_{14} = 0$;
 $c_{22} = jc\Pi'(\varphi)^2 + \zeta_1 c$; $c_{23} = 0$; $c_{24} = -jc\Pi'(\varphi)$; $c_{33} = \zeta_2 c + c(n-j)$; $c_{34} = -\zeta_2 c$;
 $c_{44} = jc + \zeta_2 c$; $c_{ik} = c_{ki}$; $\zeta_i = c_i / c$.

В правую часть уравнения (4) включены помимо технологических нагрузок и кинематического возбуждения также и диссипативные и гироскопические силы. Определение этих сил при периодически возбуждаемых свободных колебаниях требует предварительного частотного и модального анализа. Так, в частности, при линеаризации позиционных сил сопротивления коэффициент пропорциональности при скорости для формы колебаний r определяется как $b_r = \psi_r c_r / (2\pi p_r)$, где p_r соответствующая частота свободных колебаний. Аналогичная ситуация возникает при учёте гироскопических составляющих. Для преодоления возникающих при этом трудностей воспользуемся переходом к квазинормальным координатам η_r , базирующимся на условии медленного изменения параметров [10]. Поскольку в цикловых машинах $\omega \ll p_r(\varphi)$, в нашем случае это условие за исключением узких интервалов скачкообразного изменения параметров обычно удовлетворяется. Тогда с точностью до величин первого порядка малости при учёте (3) имеем

$$T = 0,5 \sum_{r=1}^H a_r^*(\varphi) \dot{\eta}_r^2; \quad U = \sum_{r=1}^H c_r^*(\varphi) \eta_r^2, \quad (6)$$

$$a_r^*(\varphi) \eta_r'' + b_r^*(\varphi) \eta_r' + c_r^*(\varphi) \eta_r = M_r(\varphi) \quad (r = 1, \dots, 4), \quad (7)$$

где a_r^*, c_r^* – соответствующие элементы диагональных матриц $\mathbf{a}^* = \mathbf{S}^T \mathbf{a} \mathbf{S}$, $\mathbf{c}^* = \mathbf{S}^T \mathbf{c} \mathbf{S}$.

При определении «собственных» частот $p_r(\varphi)$ и матрицы форм колебаний \mathbf{S} влиянием диссипативных и гироскопических сил можно пренебречь ($b_r^* \equiv 0$). При этом функция $p_r^2(\varphi)$ и соответствующий вектор-столбец матрицы формы колебаний \mathbf{S}_r определяются как собственные значения и собственные векторы матрицы $\mathbf{\Gamma}(\varphi) = \mathbf{a}(\varphi)^{-1} \mathbf{c}(\varphi)$.

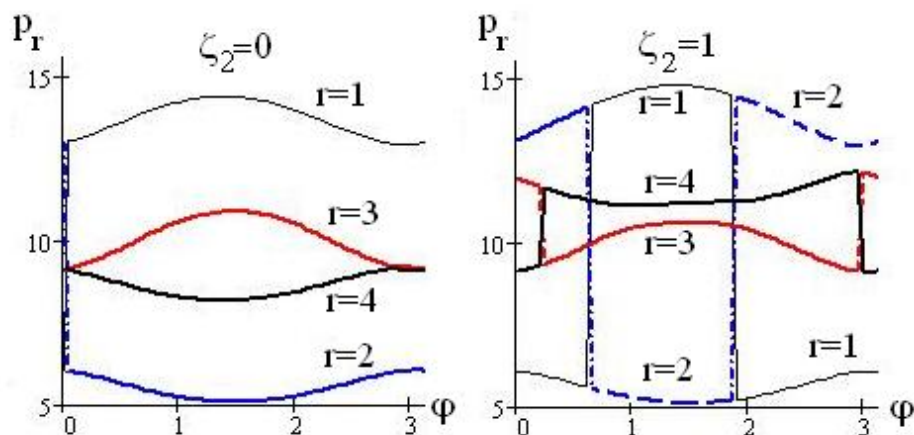
4. Анализ влияния переменности параметров

На рис. 5 приведены графики нормированных безразмерных функций $p_r^*(\varphi) = p_r / \omega$, которые определены в общем случае на основании (2), (4), (5) при $\Pi(\varphi) = y_0(1 - \cos \varphi)$, (в целях упрощения индексов на графиках и при дальнейшем изложении звёздочка в частотах опущена). При $\zeta_2 = 0$ система имеет разветвлённую структуру. В этом случае при $p_r \approx k_*$

по мере приближения к значению $\varphi = \pi/2$, отвечающему наибольшей связанности подсистем, растёт $\Delta p_{3,4} = |p_3 - p_4|$. При $\zeta_2 \neq 0$ система приобретает кольцевую структуру, что в данном случае не только приводит к сближению «собственных» частот p_3, p_4 и росту интенсивности биений, но и к скачкообразному изменению форм колебаний. Аналогичный эффект был выявлен и при анализе исходной многосекционной модели (см. рис. 1). С увеличением экстремальных значений первой геометрической передаточной функции $|\Pi'_{\max}| = y_0$ возрастает динамическая связанность между подсистемами, что проявляется в скачкообразном изменении «собственных» частот и нестационарных форм колебаний.

Как уже отмечалось, в виду удалённости от резонансов основным источником виброактивности являются импульсные возмущения, возбуждающие колебания с собственными частотами. Исследуем однородные дифференциальные уравнения в квазикоординатах, полученные на основании (4)–(7), в которых теперь после определения частот и нестационарных форм колебаний можем корректно учесть диссипативные и гироскопические члены:

а)



б)

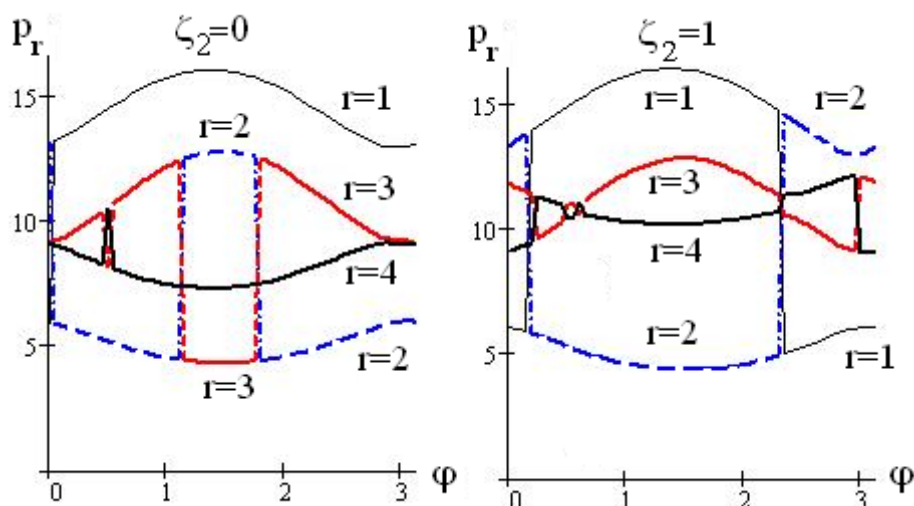


Рис. 5. Эволюция частотных характеристик: (а) – $y_0 = 0,5$; (б) – $y_0 = 0,8$

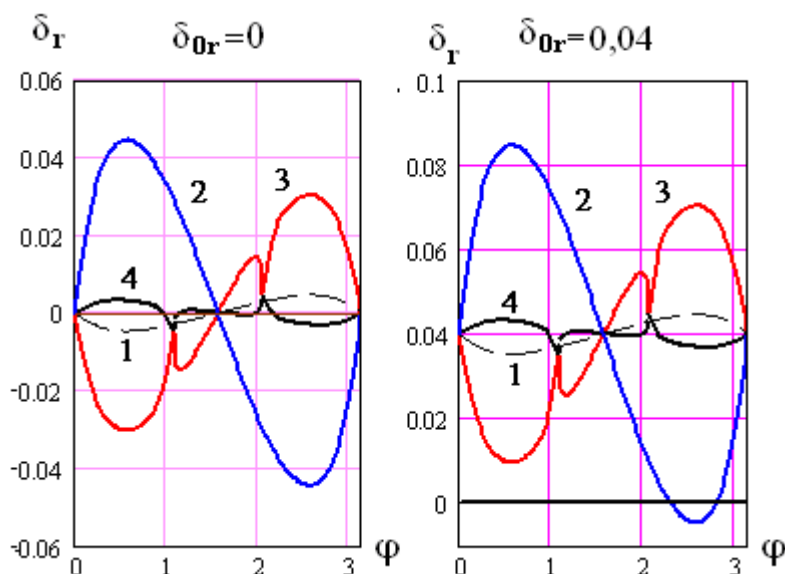


Рис. 6. К определению эффективного коэффициента диссипации при учёте гироскопических сил

$$\eta_r'' + 2\delta_r p_r(\varphi) \eta_r' + p_r^2(\varphi) \eta_r = 0 \quad (r=1, \dots, H). \quad (8)$$

Здесь

$$\delta_r(\varphi) = \delta_{0r} - 0,5 \left[a_r(\varphi)^{-1} p_r(\varphi)^{-1} \frac{da_r(\varphi)}{d\varphi} + p_r(\varphi)^{-2} \frac{dp_r(\varphi)}{d\varphi} \right], \quad (9)$$

где $\delta_{0r} = \psi_r / (4\pi)$; ψ_r – приведенный коэффициент рассеяния для формы колебаний r [6].

На рис. 6 приведены типовые графики изменения функции $\delta_r(\varphi)$ (номер кривой соответствует номеру частоты). При отсутствии диссипации $\delta_{0r} = 0$ кривые симметричны относительно оси абсцисс. При этом появляется обширная зона «отрицательного демпфирования», на которой амплитуда свободных колебаний возрастает. Во избежание недоразумений следует иметь в виду, что работа гироскопических сил за цикл равна нулю лишь при периодических колебаниях. Кроме того, внутри цикла существуют интервалы времени, на которых происходит подпитка энергии за счёт внешнего источника, формирующего нестационарные связи, и имеет место перераспределение энергии между формами колебаний [6,11]. При $\delta_{0r} \neq 0$ графики соответственно смещаются вверх относительно оси абсцисс на величину δ_{0r} , причём при $\delta_r(\varphi) > 0$ полностью исключается возможность нарастания амплитуд, возбуждаемых от одиночного импульса. Отметим, что это условие может быть также получено на основании прямого метода Ляпунова, причём при медленном изменении параметров оно является не только достаточным, но и необходимым условием асимптотической устойчивости [6].

В системах кольцевой структуры нестационарные формы на одном кинематическом цикле могут претерпевать существенные изменения, причём не только количественного, но и качественного характера.

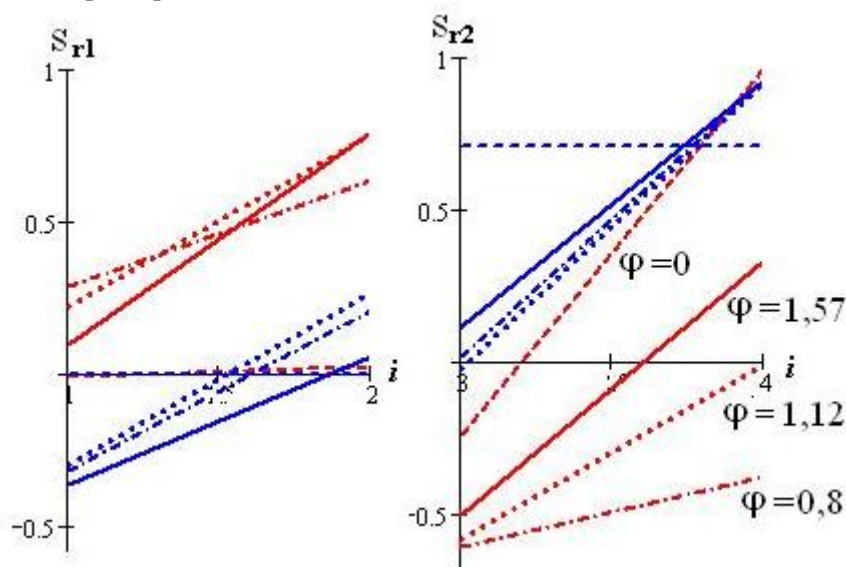


Рис. 7. Эволюция нестационарных форм колебаний: r – номер формы; i – номер сечения

На рис. 7 для ведущего (s_{r1}) и ведомого (s_{r2}) звеньев приведены формы колебаний, соответствующие частотам $r = 3$ (красные кривые) и $r = 4$ (синие кривые); вид линий отвечает углам поворота φ , показанным на рисунке. Анализ графиков, в частности, свидетельствует о том, что на интервале $\varphi \in [0, \pi/2]$ форма колебаний рабочего органа на частоте p_3 трансформируется от одноузловой в безузловую и обратно. На частоте p_4 последняя подсистема динамического аналога (см. рис.4) проявляет себя как динамический гаситель, реализующий большие амплитуды в сечении $i = 4$ и амплитуды, близкие нулю, – в сечении $i = 3$.

На основании (8), (9) можно показать, что на уровне ВКБ-приближения первого порядка амплитуда колебаний для формы r при учёте диссипации и гироскопических сил согласно (9) описывается зависимостью [6]:

$$A_r(\varphi) = A_r(0) \exp \left[- \int_0^\varphi \delta_r p_r d\varphi \right] \sqrt{\frac{a_r^*(0) p_r(0)}{a_r^*(\varphi) p_r(\varphi)}}. \quad (10)$$

Для получения сопоставимых результатов зададим следующие единичные начальные условия на рабочем органе: $q_3(0) = 1$; $q_4(0) = 1$. При этом вектор начальных условий определяется как $\mathbf{q}(0) = \mathbf{S}^{-1}(0)\mathbf{q}(0)$. На рис. 8 приведены типовые графики $A_r(\varphi)$ для двух значений δ_{0r} . Нумерация кривых отвечает соответствующим «собственным» частотам. Анализ графиков выявляет наиболее «активные» формы колебаний, для которых рост амплитуд продолжается за пределами одного кинематического цикла. Сопоставление обоих графиков показывает, что степень «активности» в числе прочих факторов зависит также от уровня диссипации. Это полностью согласуется с приведенным выше анализом эффективного уровня диссипации (см. рис. 6). При отсутствии диссипации амплитуды колебаний в общем случае на рассматриваемом отрезке времени возрастают на всех частотах. При $\delta_{0r} = 0,03$

наблюдается рост амплитуд колебаний на частоте p_2 ; на остальных частотах имеет место затухание колебаний. Как уже отмечалось, обращение в нуль работы гироскопических сил в данном случае, не происходит на периоде 2π , поскольку многочастотные свободные колебания не являются периодическим процессом с этим периодом. Энергетический баланс в данном случае достаточно чётко проявляется на периоде биений [6].

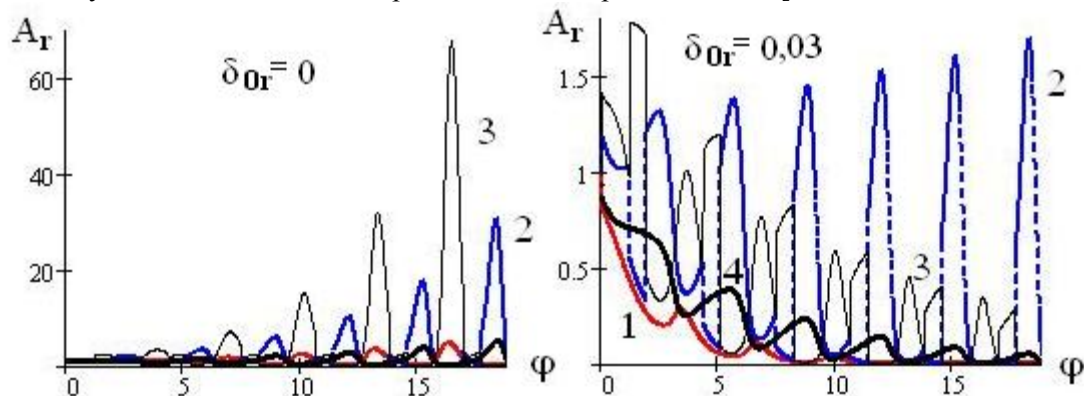


Рис. 8. К анализу устойчивости форм колебаний

Следует отметить, что формула (10) получена в предположении медленности изменения параметров. Это допущение нарушается при скачкообразном изменении «собственных» частот и нестационарных форм колебаний. Для аналитического исследования возникающих при этом так называемых параметрических импульсов можно воспользоваться методом условного осциллятора [13, 6]. Максимальная амплитуда от одиночного параметрического импульса может быть оценена по формуле (10), если последний множитель заменить подкоренным выражением [6]. Можно показать, что амплитуда свободных колебаний при прохождении зоны одиночного параметрического импульса лимитируется неравенством

$$\kappa_{rs} = \max(A_{rs} / A_{rs}^-) \leq (v_{rs})^{\text{sign}(\Delta v_{rs})}.$$

Здесь $v_{rs} = p_r(\varphi_s + 0) / p_r(\varphi_s - 0)$, $\Delta v_{rs} = (v_{rs} - 1)$, $A_s^- = A_s(\varphi_s - 0)$, где φ_s – соответствует моменту скачка.

При периодической повторяемости параметрических импульсов имеем следующую оценку:

$$\max \kappa_r \leq [1 - \exp(-2\pi\delta_{0r}\bar{p}_r)]^{-1} \prod_{\max s} \kappa_{rs},$$

где \bar{p}_r – среднее значение безразмерной частоты; $\max s$ – число параметрических импульсов на одном периоде.

Далее вернёмся к исходным обобщённым координатам. Для оценки $B_i = \max q_i$ соответственно имеем $\mathbf{B} \leq \mathbf{SA}$. На рис. 9 при принятых выше исходных данных и $n = 5$; $j = 1$, построены графики функций $B_i(\varphi)$. Номер кривых соответствует номеру обобщённой координаты.

Ввиду того, что переход к квазинормальным координатам позволил в данном случае корректно учесть диссипативные и гироскопические силы, для решения уравнения (7) мож-

но также воспользоваться численным методом, после чего согласно $\mathbf{q} = \mathbf{S}\boldsymbol{\eta}$ определяем $q_i(\varphi)$ (рис. 10).

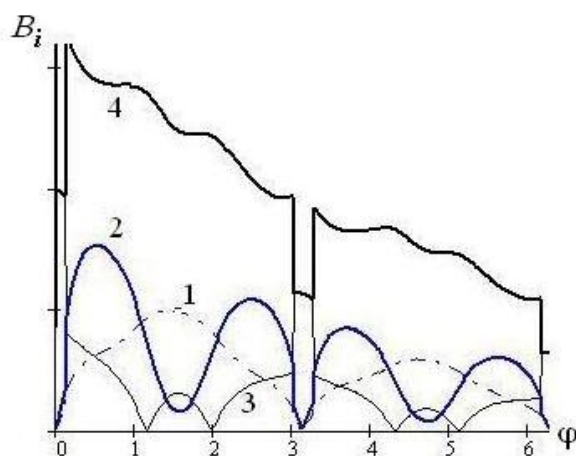


Рис. 9. Графики $B_i(\varphi)$

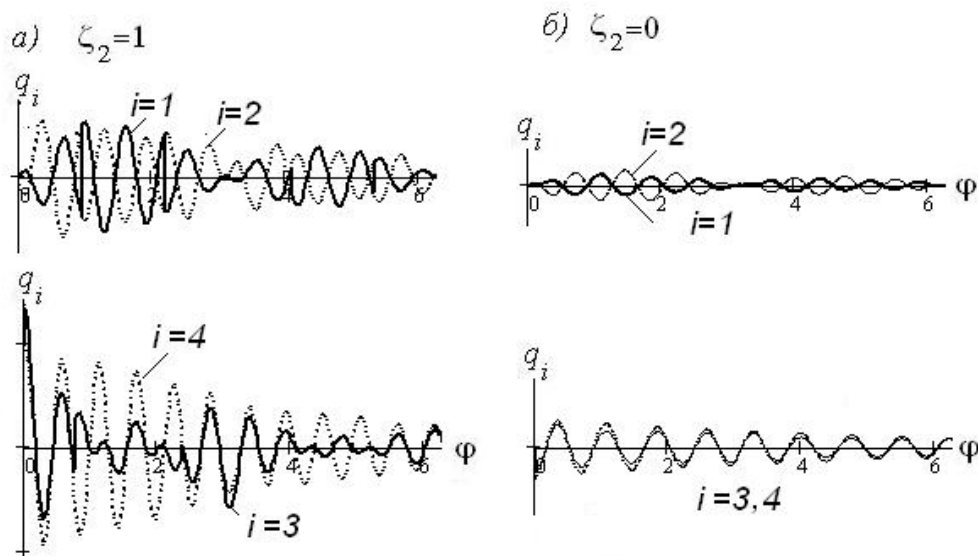


Рис. 10. Графики $q_i(\varphi)$

Как и раньше, рассмотрим два характерных случая: при наличии упругой связи между инерционными элементами выходного звена системы ($\zeta_2 = 1$) и при её отсутствии ($\zeta_2 = 0$).

Анализ графиков показывает, что при кольцевой структуре модели ($\zeta_2 = 1$, рис. 10, а) уровень колебаний на «входе» и «выходе» приводного вала ($i = 1; 2$) примерно одинаковый. Это при существенных фазовых сдвигах и с повышенной плотности спектра «собственных» частот в зонах наибольшей динамической связанности главного вала и исполнительного органа. приводит к возникновению биений. Амплитуды колебаний исполнительного органа ($i = 3; 4$) существенно отличаются. Данный эффект в многосекционном приводе свидетельствует о пространственной локализации энергии колебаний, возникновение которой связано с нарушением регулярности системы [6, 9, 12]. Хотя исследуемая динамическая модель не

является регулярной системой, а служит лишь её аналогом, тем не менее, здесь наблюдается аналогичный эффект.

Во втором случае ($\zeta_2 = 0$, рис. 10, б) анализ аналогичных графиков показывает, что разделение выходного звена на две отдельные секции (модули) приводит к существенному выравниванию амплитуд и к снижению уровня энергетического обмена. Это также чётко видно на графиках кинетической энергии для инерционных элементов исполнительного органа (рис. 11). Таким образом, в рассматриваемой задаче уменьшение динамической связанности на рабочем органе играет положительную роль, поскольку приводит к его синхронному движению. Разумеется, при этом под контролем должна оставаться требуемая жёсткость системы, связанная с реализуемым технологическим процессом. В обоих случаях доминирующая частота возбуждаемых колебаний близка к парциальной частоте $k_* = \sqrt{c/J_2}$.

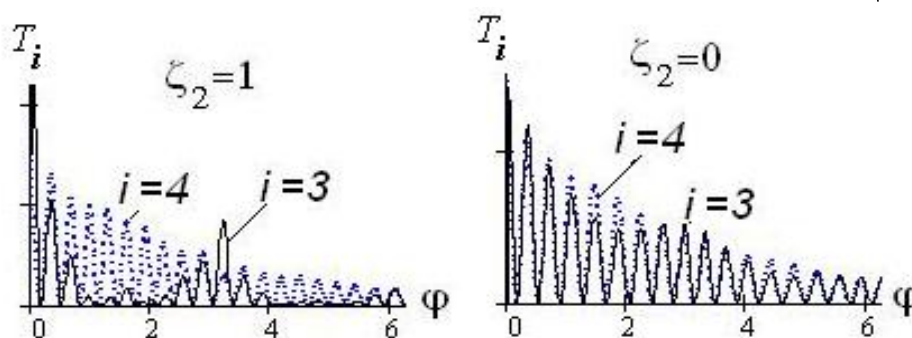


Рис. 11. Изменение кинетической энергии при одиночном импульсе

Проведённый анализ также свидетельствует об эффективности предложенного динамического аналога многосекционного привода и подтверждает физическую природу пространственной локализации этого класса регулярных систем как проявление эффекта динамического гашения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Вульфсон И.И.** Виброактивность приводов машин разветвленной и кольцевой структуры.– Л.: Машиностроение, 1986.– 99 с.
2. **Wulfson J.I.** Zur Methodik der Untersuchung erzwungener Schwingungen in einem verzweigten Mechanismensystem regulärer Struktur // Techn. Mech. 1982. В.3. №1. S. 44–47.
3. **Вульфсон И.И.** Исследование колебаний многосекционных приводов цикловых машин разветвлённо-кольцевой структуры. // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2009. №2. С. 22–29.
4. **Вульфсон И.И., Преображенская М.В.** Исследование колебательных режимов, возбуждаемых при перекладке в зазорах цикловых механизмов, соединенных с общим исполнительным органом. // Проблемы машиностроения и надежности машин, 2008. №1. С. 33–39.
5. **Вульфсон И.И.** Синфазность и пространственная локализация колебаний рабочих органов цикловых машин с симметричной динамической структурой.// Проблемы машиностроения и надежности машин. 2011. №1. С.12–18
6. **Вульфсон И. И.** Динамика цикловых машин. СПб.: Политехника. 2013. – 425 с.
7. **Косевич Ю.А., Маневич Л.И., Маневич Э.Л.** Колебательный аналог неадабатического туннелирования Ландау – Зинера и возможность создания энергетических ловушек нового типа // Успехи физических наук. 2010. Т.180, №12 .С. 1331 – 1334.
8. **Вейц В.Л., Дондошанский В.К., Чиряев В.И.** Вынужденные колебания в металлоре-

- жущих станках. – М–Л.: Mashgiz. 1959. – 287 с.
9. **Гантмахер Ф.Р.** Лекции по аналитической механике. М.: Физматгиз, 1960.– 296 с.
 10. **Митропольский Ю.А.** Проблемы асимптотической теории нестационарных колебаний.– М.: Наука, 1964. – 432 с.
 11. **Vulfson I.I.** Energy transfer in vibratory systems of drives with cyclic mechanisms. Journal of machinery manufacture and reliability. V.42, 2013. Pp.– 261–268.
 12. **Индеев Д.А., Кузнецов Н.Г., Мотыгин О.В.** и др. Локализация линейных волн.– СПб.: Изд-во. С.- Петерб. ун-та, 2007. – 342 с.
 13. **Вульфсон И.И.** О колебаниях систем с параметрами, зависящими от времени.// Прикладная математика и механика. 1969. Т.33, №2. С. 331–337.

REFERENCES

1. **Vulfson I.I.** Vibroaktivnost privodov mashin razvetvlennoj i kolcevoj struktury.– 1.: mashinostroenie, 1986.– 99 p. (rus.)
2. **Wulfson J.I.** Zur Methodik der Untersuchung erzwungener Schwingungen in einem verzweigten Mechanismensystem regulärer Struktur // Techn. Mech. 1982. B.3. №1. Pp. 44–47.
3. **Vulfson I.I.** Issledovanie kolebanij mnogosekcionnyx privodov ciklovyx mashin razvetvlyonno-kolcevoj struktury. // Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin. 2009. №2. Pp. 22–29 (rus.)
4. **Vulfson I.I., Preobrazhenskaya M.V.** Issledovanie kolebatelnyx rezhimov, vzbuzhdaemyx pri perekladke v zazorah ciklovyx mehanizmov, soedinennyx s obshhim ispolnitelnyx organom. //Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin, 2008. №1. Pp. 33–39 (rus.)
5. **Vulfson I.I.** Sinfaznost i prostranstvennaya lokalizaciya kolebanij rabochih organov ciklovyx mashin s simmetrichnoj dinamicheskoj strukturoj.// Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin. 2011. №1. Pp. 12–18 (rus.)
6. **Vulfson I. I.** Dinamika ciklovyx mashin. SPb.: Politehnika. 2013. – 425 p. (rus.)
7. **Kosevich Yu.A., Manevich L.I., Manevich E.L.** Kolebatelnyj analog neadabaticeskogo tunnelirovaniya Landau – Zinera i vozmozhnost sozdaniya energeticeskix lovushek novogo tipa // Uspehi fiziceskix nauk. 2010. T.180, №12 . Pp. 1331 – 1334 (rus.)
8. **Vejc V.L., Dondoshanskij V.K., Chiryaev V.I.** Vynuzhdennye kolebaniya v metallorzhushhix stankah. – М–Л.: Mashgiz. 1959. – 287 p. (rus.)
9. **Gantmaher F.R.** Lekcii po analiticeskoj mehanike. М.: Fizmatgiz, 1960.– 296 p. (rus.)
10. **Mitropolskij Yu.A.** Problemy asimptoticeskoj teorii nestacionarnyx kolebanij.– М.: Nauka, 1964. – 432 p. (rus.)
11. **Vulfson I.I.** Energy transfer in vibratory systems of drives with cyclic mechanisms. Journal of machinery manufacture and reliability. V.42, 2013. Pp.– 261–268.
12. **Indejev D.A., Kuznecov N.G., Motygin O.V. i dr.** Lokalizaciya linejnyx voln.– SPb.: Izd-vo. S.- Peterb. un-ta, 2007. – 342 p. (rus.)
13. **Vulfson I.I.** O kolebaniyah sistem s parametrami, zavisyashhimi ot vremeni.// Prikladnaya matematika i mehanika. 1969. T.33, №2. Pp. 331–337 (rus.)

Поступила в редакцию 08.02.2014