

КРУТИЛЬНО-ИЗГИБНЫЕ КОЛЕБАНИЯ В ЦИКЛОВЫХ МАШИНАХ С УЗЛАМИ, ОБРАЗУЮЩИМИ ДЛИННЫЕ РЕШЁТКИ С ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СТРУКТУРОЙ И ПЕРЕМЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

1. Вводные замечания

Для осуществления возвратно-поступательного программного движения массивных исполнительных органов повышенной протяжённости в машинах лёгкой, текстильной, полиграфической и ряда других отраслей промышленности используются идентичные цикловые механизмы, работающие в параллельной схеме [1–4]. В подобных случаях колебательная система может быть схематизирована в виде рамы (решётки), обладающей пространственной периодичностью (регулярностью) и переменностью параметров во времени [1,2,5].

Ряд предельных случаев при анализе таких систем был рассмотрен в работах [6,7]. Так, в частности, в работе [6] была исследована динамическая модель для случая, когда входное звено (главный вал) может быть схематизировано как твёрдое тело, а исполнительный орган, как многоопорная балка, установленная на выходных звеньях идентичных цикловых механизмов. В работе [7] рассматривается другой предельный случай, когда исполнительный орган обладает повышенной жёсткостью, а относительно большая крутильная податливость длинного главного вала, по существу, является определяющим фактором в формировании рабочего диапазона спектра собственных частот. Такая ситуация встречается при перемещении массивных столов, кареток и т.п., например, в механизме отводящей каретки ряда гребнечесальных машин, в механизме перемещения игольного стола иглопробивной машины и др. Частотный и модальный анализ для ряда модификаций динамических моделей при совместном учёте крутильной податливости главного вала, изгибной податливости исполнительного органа и инерционно-упругих характеристик цикловых механизмов изложен в работе [8]. Во всех перечисленных моделях переменность параметров предопределяется функцией положения цикловых механизмов $\Pi(\varphi)$.

Данная статья посвящена разработке методики расчёта вынужденных колебаний на базе достаточно общей динамической модели регулярной структуры, в которой главный вал и исполнительный орган схематизированы в виде крутильной и изгибной подсистем с распределёнными параметрами, а цикловые механизмы как подсистемы с сосредоточенными параметрами. При этом дополнительно учтено влияние диссипации, которая в зоне большой плотности частотного спектра нередко не только лимитирует уровень колебаний в резонансных режимах, но и играет определяющую роль в формировании частотного диапазона повышенной виброактивности.

2. Динамическая модель

Рассмотрим обобщённую динамическую модель регулярной колебательной системы, состоящей из n блоков (рис. 1, *a*). Соединение блоков (модулей) образует K - связную динамическую структуру, обладающую пространственной периодичностью. Регулярная часть системы выделена штрихпунктирной линией. Под связностью будем понимать число реакций при разрыве связей. Приведенная модель, в частности, имитирует длинный распределительный (главный) вал машинного агрегата с односторонним ($M1$) или двусторонним ($M1, M2$) приводом, от которого ответвляются цикловые механизмы, осуществляющие программное движение одного или нескольких рабочих органов. Каждый модуль, в свою очередь, также может иметь k -связную периодическую структуру. Таким образом, для

структурной классификации динамических моделей можно воспользоваться условным обозначением k - K . Так, например, если главный вал схематизирован в виде в виде крутильной подсистемы, от которой ответвляется ряд блоков, то при отсутствии связи между выходными звеньями механизмов имеем структуру 0-1. Если выходные звенья вместе с исполнительным органом также представлены в виде крутильной подсистемы, то $k = 1, K = 1$. Соответственно для разветвлённых изгибных подсистем (в одной плоскости) имеем структуру 0-2. Если модуль образует динамическую решётку, то $k \neq 0$. Как уже отмечалось, в зависимости от конкретных условий параметры подсистем могут быть распределёнными, сосредоточенными, а также смешанными. Ряд распространённых структурных модификаций обобщённой динамической модели рассмотрен в работе [9].

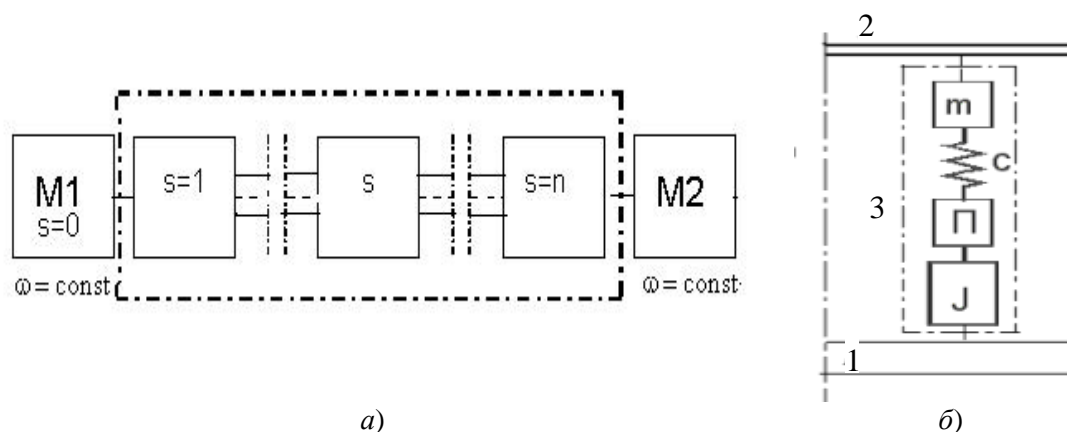


Рис. 1. Динамическая модель

На рис. 1, б, показан фрагмент динамической модели, соответствующий одному модулю. Модель отображает следующие структурные элементы привода: 1 – главный вал, 2 – исполнительный орган, 3 – цикловые механизмы, осуществляющие программное поступательное движение исполнительного органа согласно заданной функции положения $\Pi(\varphi)$. В отличие от динамической модели, исследованной в работе [7], в данной статье рассматривается более общий случай регулярной системы, когда главный вал и исполнительный орган схематизированы в виде подсистем с распределёнными параметрами при произвольном числе механизмов n . При этом модель имеет вид длинной рамы с переменными параметрами. На выстоях исполнительного органа, а также в окрестности малых значений $d\Pi/d\varphi$ динамическая связь между крутильной и изгибной колебательными системами по существу разрывается. В подобных случаях выявляются некоторые эффекты, свойственные системам переменной структуры.

3. Методика определения «собственных» частот при учёте диссипации

Частотный анализ аналогичной системы приведён в работах [8,9]. В этих работах, следуя традиционным представлениям, влияние диссипации на частотный спектр было принято пренебрежимо малым. Однако дальнейшее исследование показало, что в зонах повышенной плотности частотного спектра это допущение не всегда оправдано. Примем следующие условные обозначения: E, G – модули упругости и сдвига; I_0 – полярный момент инерции главного вала; ρ_0, ρ – погонный момент инерции главного вала и погонная масса исполнительного органа; I_j, m_j – дискретно заданные моменты инерции и массы; c_j – коэффициенты жёсткости; $2L$ – длина повторяющегося блока (модуля). При принятой схематизации привода сосредоточенные моменты инерции I и массы m отнесены к подсистеме

механизма. При этом каждый модуль представляет собой совокупность трёх участков – перед механизмом (участок 1), механизм (участок 2), за механизмом (участок 3). Для учёта позиционных диссипативных сил воспользуемся комплексным представлением модулей упругости и коэффициентов жёсткости:

$$\bar{E} = E(1 + 2i\delta_j); \bar{G} = G(1 + 2i\delta_j); \bar{c}_j = c(1 + 2i\delta_j),$$

где $i = \sqrt{-1}$; $\delta_j = \vartheta_j / (2\pi)$; ϑ_j – логарифмический декремент колебаний соответствующего элемента.

Для математического описания модели воспользуемся аппаратом модифицированных матриц перехода [1,2,4]. От традиционно используемых матриц перехода модифицированные матрицы отличаются тем, что в них учтено медленное изменение параметров, соответствующее линеаризации нелинейной функции положения в окрестности программного движения. При этом $\Pi(\varphi) \approx \Pi(\varphi_*) + \Pi'(\varphi_*)\Delta\varphi$, где $\varphi_* = \omega t$; $\Delta\varphi$ – возникающая при колебаниях динамическая ошибка в рассматриваемом сечении главного вала; $(\cdot)' = \partial / \partial \varphi$.

Согласно методу условного осциллятора [10] свободные колебания ищем в форме

$$\Delta\varphi_* = X(\varphi_*) \sin \int p(\varphi_*) d\varphi_*; \Delta y = Y(\varphi_*) \sin \int p(\varphi_*) d\varphi_*,$$

где X, Y – амплитуды крутильных и изгибных колебаний.

Переход через произвольный модуль s для определенной формы колебаний соответствует следующей трансформации шестимерных векторов состояния $\mathbf{T}_{s-1} \rightarrow \mathbf{T}_s$,

$$\mathbf{T}_s = \mathbf{\Gamma} \mathbf{T}_{s-1}. \quad (1)$$

Здесь $\mathbf{\Gamma}$ – матрица перехода, $\mathbf{T} = \mathbf{T}(X, M_\varphi, Y, \alpha, M_y, Q)$, где $M_\varphi, M_y, \alpha, Q$ – амплитудные значения моментов при крутильных и изгибных колебаниях, углов поворота сечений и поперечных сил.

Представим матрицу переноса как

$$\mathbf{\Gamma} = \mathbf{\Gamma}_3 \mathbf{\Gamma}_2 \mathbf{\Gamma}_1, \quad (2)$$

где $\mathbf{\Gamma}_1 = \mathbf{\Gamma}_3$ – матрицы перехода для участков 1 и 3, $\mathbf{\Gamma}_2$ – матрица перехода механизма,

$$\mathbf{\Gamma}_1 = \mathbf{\Gamma}_3 = \begin{pmatrix} \mathbf{\Gamma}_\varphi & 0 \\ 0 & \mathbf{\Gamma}_y \end{pmatrix}.$$

Здесь

$$\mathbf{\Gamma}_\varphi = \begin{pmatrix} \cos \theta_\varphi(p) & \sigma p^{-1} \sin \theta_\varphi(p) \\ -\sigma^{-1} p \sin \theta_\varphi(p) & \cos \theta_\varphi(p) \end{pmatrix},$$

$$\Gamma_Y = \begin{pmatrix} \kappa_1(p) & \kappa_2(p)L & \kappa_3(p)L^2(\bar{EI})^{-1} & \kappa_4(p)L^3(\bar{EI})^{-1} \\ \kappa_4(p)\xi_5^4(p)L^3 & \kappa_1(p) & \kappa_2(p)L(\bar{EI})^{-1} & \kappa_3(p)L^2(\bar{EI})^{-1} \\ \kappa_3(p)\xi_5^4(p)L^2\bar{EI} & \kappa_4(p)\xi_5^4(p)L^3\bar{EI} & \kappa_1(p) & \kappa_2(p)L \\ \kappa_2(p)\xi_5^4(p)L\bar{EI} & \kappa_3(p)\xi_5^4(p)L^2\bar{EI} & \kappa_4(p)L^3 & \kappa_1(p) \end{pmatrix},$$

где $\theta_\varphi(p) = pL\sqrt{\rho_0/(\bar{GI}_p)}$; $\sigma = (\bar{GI}_p\rho_0)^{-0,5}$; $\xi_5(p) = \sqrt[4]{\rho p^2/(\bar{EI})}$; I – экваториальный момент инерции; $\kappa_j = K_j(\theta)/\theta^{j-1}$ ($j = \overline{1,3}$); K_j – функции Крылова при аргументе $\theta = \theta(p) = L\alpha(p)$.

Матрица Γ_2 (механизм) имеет следующий вид:

$$\Gamma_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \bar{c}\Pi'_* - Jp^2 & 1 & -\bar{c}\Pi'_* & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{c}_\alpha & 1 & 0 \\ \bar{c}\Pi'_* & 0 & mp^2 - \bar{c} & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Здесь $\Pi'_* = \Pi'(\varphi_*)$, где аргумент φ_* играет роль «медленного времени»; \bar{c}_α – коэффициент жёсткости в соединении механизма и балки (при шарнирном соединении $\bar{c}_\alpha = 0$).

При частотном и модальном анализе могут быть использованы несколько способов, которые с теоретических позиций являются эквивалентными. Однако при реализации некоторых из них возникают определённые вычислительные трудности, связанные с большой размерностью системы, а также с быстро возрастающими гиперболическими функциями и их разностями. Из-за этого получение удовлетворительной точности при расчётах нередко становится проблематичной задачей. В нашем случае задача дополнительно усложняется из-за переменности параметров системы, а иногда и переменности граничных условий. Как показал анализ, в данной задаче наиболее эффективным оказался несколько модифицированный метод начальных параметров, применение которого проиллюстрируем на примере модели привода петлеобразующих органов трикотажной машины.

Сначала исключим из рассмотрения влияние диссипации ($\delta_j = 0$). Для облегчения оценки взаимовлияния крутильной и изгибной подсистемы модуля введём в рассмотрение критерий $\chi = \sqrt{[GI_p(\rho L + m)L^2]/[12EI(\rho_0 L + J)]}$, который в первом приближении равен отношению парциальных частот этих подсистем.

При одностороннем приводе главный вал в сечении $s = 0$ соединён с передаточными механизмами, связанными с двигателем. Не сужая область применения данного подхода, примем, что сечение $s = 0$ главного вала вращается с постоянной угловой скоростью. Это допущение, соответствующее отсутствию колебаний на «входе», легко устраняется за счёт введения динамической жёсткости передаточных механизмов. Однако в данном случае дальнейшее усложнение и без того сложной модели представляется нецелесообразным, так как при этом могут быть завуалированы динамические эффекты, возникающие непосредственно в исследуемой регулярной системе. Вектор состояния в сечении s определяется как

$\mathbf{T}_s = \mathbf{\Gamma}^s \mathbf{T}_0$, где $\mathbf{T}_0 = (0, M_{\phi_0}, Y_0, \alpha_0, 0, 0)^T$; $M_{\phi_0}, Y_0, \alpha_0$ – неизвестные граничные условия при $\zeta = 0$. При $s = n$ имеем $\mathbf{T}_n = (X_n, 0, Y_n, \alpha_n, 0, 0)^T$. Отсюда при $c_\alpha = 0$:

$$\left. \begin{aligned} g_{22}(p, \varphi_*) M_{\phi_0} + g_{23}(p, \varphi_*) Y_0 + g_{24}(p, \varphi_*) \alpha_0 &= 0; \\ g_{52}(p, \varphi_*) M_{\phi_0} + g_{53}(p, \varphi_*) Y_0 + g_{54}(p, \varphi_*) \alpha_0 &= 0; \\ g_{65}(p, \varphi_*) M_{\phi_0} + g_{63}(p, \varphi_*) Y_0 + g_{64}(p, \varphi_*) \alpha_0 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Здесь $g_{jk}(p, \varphi_*)$ – соответствующие элементы матрицы $\mathbf{\Gamma}^n = \|g_{jk}\|$ при $j = 2, 5, 6$; $k = 2, 3, 4$. Обращая определитель системы (3) $\Delta(p, \varphi_*)$ в нуль, получаем частотное уравнение. Отметим, что в виду переменности g_{jk} , для каждой формы колебаний имеем медленно меняющееся значение частоты свободных колебаний.

На рис. 2 для типового случая ($\chi = 1,04$) приведены диапазоны «собственных» частот $p(\varphi_*)$ при одностороннем приводе.

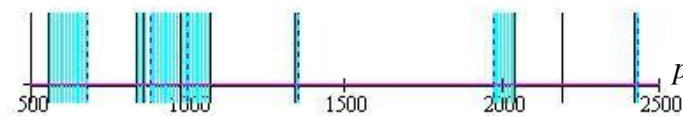


Рис. 2. Спектры «собственных» частот при отсутствии диссипации

Из-за медленного изменения параметров, обусловленного функцией $\Pi'(\varphi_*)$, «собственные» частоты охватывают некоторые диапазоны значений, которые при разных формах перекрывают друг друга.

При двустороннем приводе примем $\mathbf{T}_n = (0, M_{\phi_n}, Y_n, \alpha_n, 0, 0)$, что соответствует условию $X_n = 0$. Тогда, $\Delta(p, \varphi_*) = \det \mathbf{\Gamma}^n = 0$ при $j = 1, 5, 6$; $k = 2, 3, 4$. На рис. 3 приведены несколько графиков $p(\varphi_*)$ для частот, значения которых находятся в окрестности доминирующей парциальной частоты $p_* = \sqrt{c/m}$. При этом сплошные кривые отвечают одностороннему приводе, а штриховая – двустороннему.

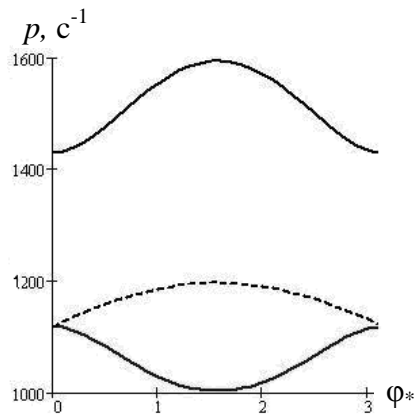


Рис. 3. К анализу переменности частот при одностороннем и двустороннем приводе

Представляет интерес встречный характер влияния исполнительного органа на формирование частотного спектра в обоих рассмотренных случаях: при одностороннем приводе динамическая жёсткость исполнительного органа с ростом связанности обеих подсистем понижается, а при двустороннем приводе – повышается. В последнем случае колебания подсистем происходят в противофазе, и исполнительный орган играет для крутильной подсистемы «ужесточающую» роль.

Большое значение при формировании спектра собственных частот имеют конструктивные особенности соединения выходного звена циклового механизма с исполнительным органом. Этот фактор отражён в динамической модели коэффициентом жёсткости c_α , который выше был принят равным нулю, что соответствует шарнирному соединению. При жёстком соединении исполнительного органа на концах выходных звеньев механизмов ($c_\alpha = \infty$) на конце участка 1 и в начале участка 3 (см. выше) следует принять $\alpha_j = 0$. Используя это дополнительное условие, вместо матрицы перехода Γ_1 получаем $\Gamma_1^* = \|g_{ij}^*\|_{5 \times 5}$, где $g_{ij}^* = g_{ij} - g_{i4}g_{4j}/g_{44}$, g_{ij} – элементы матрицы Γ_1 . В окончательном виде матрица перехода одного модуля принимает вид

$$\Gamma^* = (\Gamma_1^*)^{-1} \Gamma_2^* \Gamma_1^*.$$

Здесь матрица Γ_2^* получена из матрицы перехода механизма Γ_2 при исключении четвёртой строки и четвёртого столбца.

При учёте граничных условий получаем для одностороннего привода следующее частотное уравнение: $f_{22}f_{53} - f_{52}f_{23} = 0$, а для двустороннего $f_{12}f_{53} - f_{52}f_{13} = 0$. Здесь f_{jv} – соответствующие элементы матрицы перехода всей системы $\Gamma_n^* = (\Gamma^*)^n$.

Следует отметить, что при повышенной жёсткости балки в этом случае возникают большие реактивные моменты на направляющих рабочих органов и, в результате, – большие силы трения.

При учёте диссипации определитель системы является комплексной функцией. На рис. 4 приведены графики модуля этой функции. Сплошные и штриховые линии отвечают экстремальным значениям Π'_* , выделенная область – изменению этой функции при $\varphi_* \in [0, \infty]$.

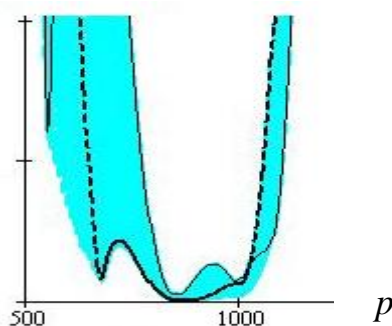


Рис. 4. К анализу частотных спектров при учёте диссипации

Минимумы $|\Delta(p)|$, свидетельствующие о близости к резонансному режиму, располагаются в окрестности точки сгущения частот $p \approx (875 \div 1000) \text{с}^{-1}$. Как показывает анализ,

формы, соответствующие высшим частотам, практически оказываются вырожденными. Аналогичные выводы при анализе влияния диссипации в цепочках приведены в [11].

4. Вынужденные колебания

При исследовании вынужденных колебаний рассмотрим характерную для цикловых механизмов ситуацию, когда частота исследуемой гармоники $\Omega = j\omega$ существенно превосходит частоту вращения главного вала ω . Можно показать, что в этом случае цикловой механизм является не только источником возбуждения, но также приводит к медленному смещению резонансных частот и к появлению широкополосного спектра частот с повышенной виброактивностью. Из соображений методологического характера рассмотрим наиболее сложный случай, свойственный высокоскоростным машинам, когда существенную роль играет кинематическое возбуждение. Пусть амплитуда ускорений программного движения на рассматриваемой гармонике равна w (здесь и ниже в целях упрощения записи номер гармоники опускается).

Введём в рассмотрение матрицы \mathbf{B} , совпадающие с матрицами $\mathbf{\Gamma}$ при замене аргумента p на Ω , а также матрицы-векторы, учитывающие влияние кинематического возбуждения: $\mathbf{U}_1 = -wr(0, 0, b_{33} - 1, b_{43}, b_{53}, b_{63})^T$; $\mathbf{U}_2 = -w(0, 0, 0, 0, 0, m)^T$, где b_{ij} – элементы матрицы \mathbf{B} ; индексы 1, 2 отвечают номеру участка модуля. Тогда составляющая матрицы перехода, соответствующая возбуждению на данном модуле, равна

$$\mathbf{U}(\Omega, \varphi_*) = \mathbf{B}_1(\Omega)\mathbf{B}_2(\Omega, \varphi_*)\mathbf{U}_1(\Omega) + \mathbf{B}_1(\Omega)\mathbf{U}_2(\Omega) + \mathbf{E}\mathbf{U}_1(\Omega). \quad (4)$$

Здесь \mathbf{E} – единичная матрица.

На основании (1), (2), (4) вектор состояния на границе произвольного модуля s может быть представлен как

$$\mathbf{T}_s = \mathbf{B}^s \mathbf{T}_0 + \sum_{k=0}^{s-1} \mathbf{B}^{n-k-1} \mathbf{U}. \quad (5)$$

Как уже отмечалось, вектор \mathbf{T}_0 содержит три неизвестных граничных условия T_{02}, T_{03}, T_{04} (второй индекс отвечает номеру строки). При $s = n$ согласно (5) для одностороннего привода имеем

$$\left. \begin{aligned} T_{n2}(T_{02}, T_{03}, T_{04}) &= 0; \\ T_{n5}(T_{02}, T_{03}, T_{04}) &= 0; \\ T_{n6}(T_{02}, T_{03}, T_{04}) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Представим систему уравнений (6) в матричной форме как

$$\mathbf{S}_0 \cdot \boldsymbol{\theta}_0 = -\boldsymbol{\theta}_w. \quad (7)$$

Здесь $\boldsymbol{\theta}_0 = (T_{02}, T_{03}, T_{04})^T$ – вектор неизвестных граничных условий, образованный ненулевыми элементами вектора \mathbf{T}_0 ; $\boldsymbol{\theta}_w$ – вектор, определяемый кинематическим возбуждением ($w \neq 0$); \mathbf{S}_0 – матрица (3×3) коэффициентов в линейной системе уравнений (6).

Для определения матрицы \mathbf{S}_0 следует при $w = 0, s = n$ провести три расчёта по зависимости (5), задаваясь $\mathbf{T}_0^{(1)} = (0, 1, 0, 0, 0, 0)^T$; $\mathbf{T}_0^{(2)} = (0, 0, 1, 0, 0, 0)^T$; $\mathbf{T}_0^{(3)} = (0, 0, 0, 1, 0, 0)^T$. Тогда, $\mathbf{S}_0 = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{n*}^{(1)} & \mathbf{T}_{n*}^{(2)} & \mathbf{T}_{n*}^{(3)} \end{bmatrix}$, где $\mathbf{T}_{n*}^{(v)}$ – вектор, образованный второй, пятой и шестой строкой вектора \mathbf{T}_n при номере счёта v и заданных выше «фиктивных» граничных условиях. Легко убедиться в том, что полученная матрица совпадает с матрицей коэффициентов системы уравнений (3). Далее примем в формуле (5) $\mathbf{T}_0 = \mathbf{0}$, ($w \neq 0$); при этом вторая, пятая и шестая строки полученного таким образом вектора \mathbf{T}_{n*} образует вектор $\boldsymbol{\theta}_w$. На основании (7) имеем

$$\boldsymbol{\theta}_0 = -\mathbf{S}_0^{-1} \cdot \boldsymbol{\theta}_w. \quad (8)$$

Поскольку формула (8) определяет ранее неизвестные граничные условия, зависимость (5) позволяет теперь найти комплексные амплитуды всех шести характеристик, описывающих изгибно-крутильные колебания данной системы. Для систем с двухсторонним приводом задача решается аналогичным образом при соответствующих коррективах граничных условий (см. выше).

Некоторые качественные показатели вынужденных колебаний в рассматриваемом классе динамических моделей проиллюстрируем на примере результатов анализа амплитудно-частотных и фазо-частотных характеристик (АЧХ, ФЧХ), проведённых по данным основывающейся трикотажной машины.

Влияние числа модулей n . На рис. 5 приведены нормированные амплитудно-частотные характеристики исполнительного органа $Y(\Omega)$ и главного вала $X(\Omega)$ построенные на основании (5)–(8) для одностороннего привода при $n = 2; 4; 5$ (соответственно кривые 1, 2, 3) и фиксированном значении $\varphi_* = \pi/2$, отвечающем наибольшей связанности крутильной и изгибной колебательных подсистем.

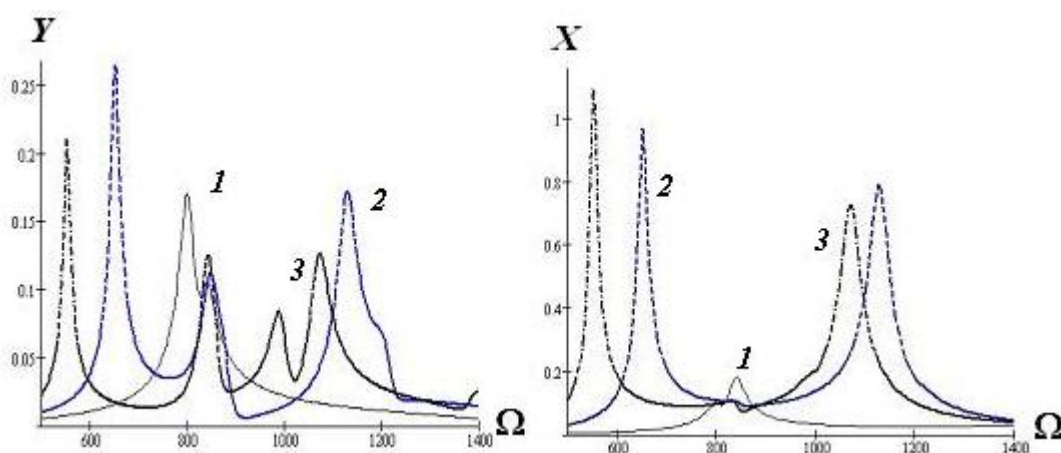


Рис. 5. К анализу влияния числа модулей на АЧХ

Анализ графиков показывает, что с ростом n существенно понижается низшая резонансная частота. Кроме того резко повышается вибрация исполнительного органа в частотном диапазоне в окрестности точки сгущения (см. выше).

Влияние переменности параметров циклового механизма. Как уже отмечалось, приведенные результаты соответствуют значению Π'_{\max} , когда связанность между кру-

тильной подсистемой главного вала и изгибной подсистемой исполнительного органа искусственно поддерживается на максимальном уровне. Возникает вопрос, насколько медленное изменение параметров, вызванное переменностью Π' , проявляется на АЧХ и ФЧХ. На рис. 6 наглядно видно, что разрыв динамических связей на высшее рабочее органа качественно меняет характер колебаний: вместо одного возникает несколько резонансных режимов.

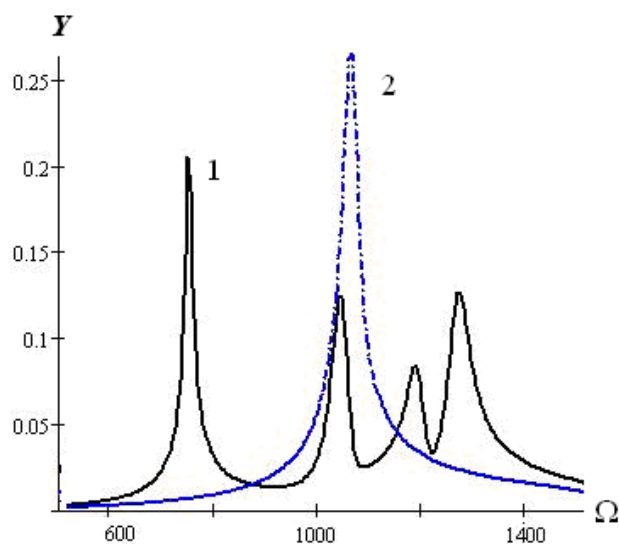


Рис. 6. Трансформация АЧХ при $\Pi' = \Pi'_{\max}$ (кривая 1) и $\Pi' = 0$ (кривая 2)

На рис. 7 показана область трансформации АЧХ при изменении φ_* , т.е. при $0 \leq \Pi' \leq \Pi'_{\max}$. В подобных случаях наблюдается режим биений, который сопровождается изменением форм колебаний и повышенной виброактивностью системы.

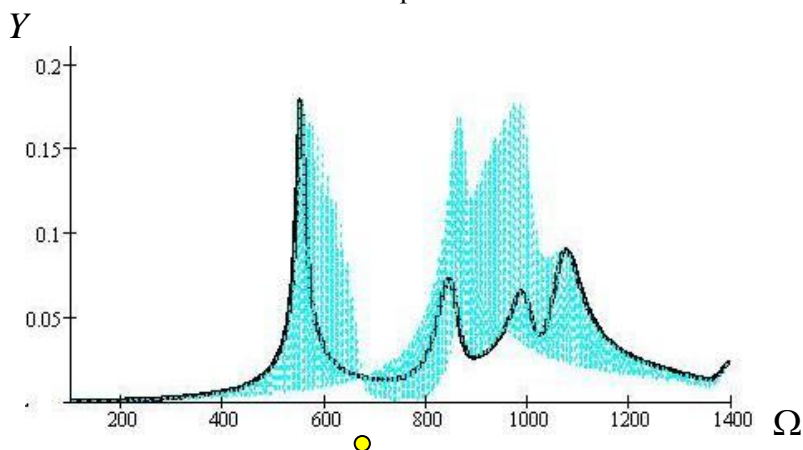


Рис. 7. Области повышенной виброактивности

Выделенная на рис. 7 кривая отвечает Π'_{\max} , которая при $\Omega < p_*$ служит нижней границей области, а при $\Omega > p_*$ – верхней. Представляет интерес точка пересечения, в которой амплитуды не зависят от Π' , а, следовательно, система теряет свои резонансные свойства. Этот эффект, свидетельствующий о квазистационарности динамических характеристик, требует отдельного рассмотрения.

Влияние диссипации. Выше были приведены АЧХ при учёте малой диссипации (см. рис. 5). Сопоставим эти характеристики с аналогичными АЧХ, полученными без учёта диссипации при $n=5$ (рис. 8).

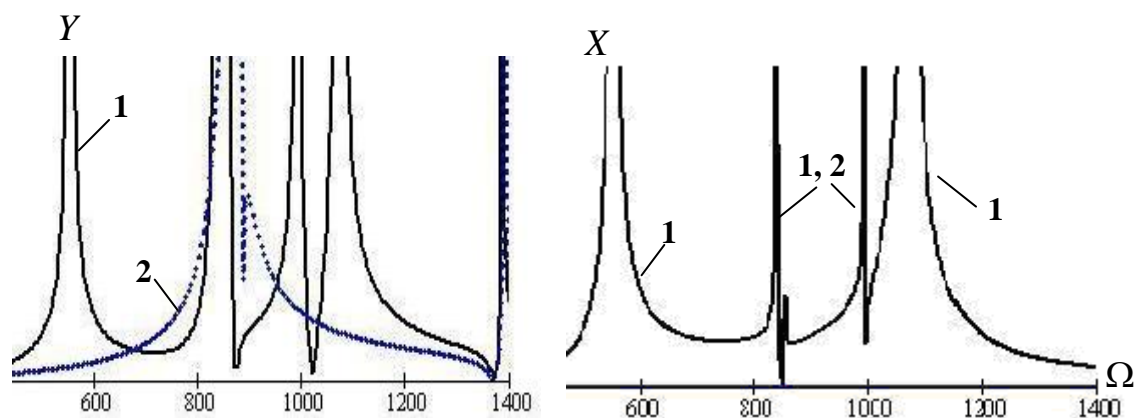


Рис. 8. АЧХ при отсутствии диссипации: 1 – $\Pi' = \Pi'_{\max}$; 2 – $\Pi' = 0$

Помимо естественного неограниченного возрастания амплитуд в резонансном режиме при отсутствии диссипации резко сужаются резонансные зоны, а на высших частотах появляются резонансы, которые при диссипации оказываются полностью подавленными (см., например, $\Omega \approx 1400\text{c}^{-1}$). На первый взгляд, уменьшение резонансной зоны можно рассматривать как положительный фактор, так как возможно более быстрое пересечение этой зоны. Следует, однако, принимать во внимание, что при медленном изменении параметров имеет место «плавающий» характер «собственных» частот, при котором в зоне сгущения спектра образуются целые области повышенной виброактивности (см. рис. 7). Поэтому разумный уровень диссипации можно считать положительным фактором.

Анализ фазо-частотных характеристик (ФЧХ). На рис. 9 приведены фазо-частотные характеристики $\gamma(\Omega)$ при $n=2; 4; 5$ (кривые 1, 2, 3) и $\Pi' = \Pi'_{\max}$. Функция $\gamma(\Omega)$

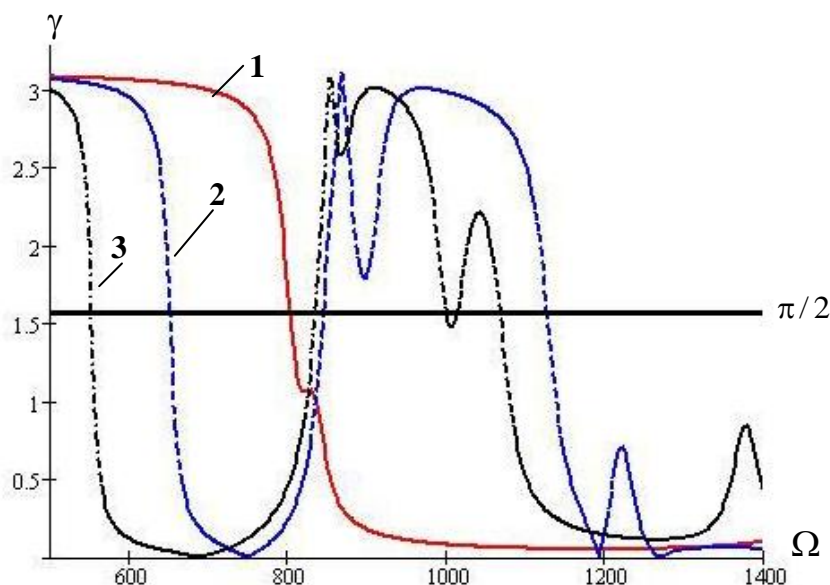


Рис. 9. Фазо-частотные характеристики

определяется как аргумент комплексных амплитуд $\bar{X}(\Omega), \bar{Y}(\Omega)$. Как известно, работа, совершаемая при гармоническом возбуждении, пропорциональна $\sin \gamma$, поэтому уровень колебаний зависит от близости фазового сдвига γ к значению $\pi/2$. На графиках видно, что на высших частотах при учёте диссипации γ значительно ниже этого значения, поэтому резонанс, по существу оказывается подавленным (см. рис. 5). При отсутствии диссипации на этих частотах ФЧХ пересекает прямую $\pi/2$, что находит отражение АЧХ исполнительного органа.

Для иллюстрации влияния переменности параметров на величину и расположение частотных диапазонов с повышенным амплитудным уровнем на рис. 10 приведены графики ФЧХ при $n=5$ и изменении с малым шагом первой передаточной функции $0 \leq \Pi' \leq \Pi'_{\max}$.

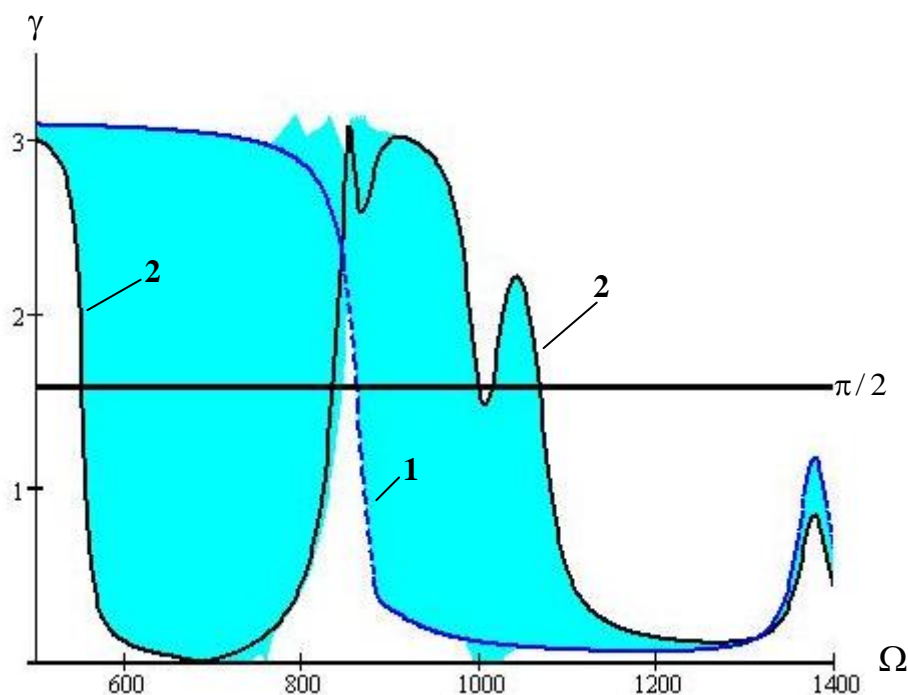


Рис. 10. К анализу фазо-частотных характеристик при переменных параметрах

На графиках выявились области, в которых в каждый момент времени происходит пересечение ФЧХ с прямой $\pi/2$. Разумеется, это является лишь свидетельством возможности возникновения больших амплитуд, поскольку возбуждение резонансных колебаний происходит не мгновенно, и максимальная амплитуда зависит от скорости перехода через выявленный частотный диапазон. Однако, при достаточно большой протяжённости этих областей велика вероятность возникновения повышенной виброактивности системы.

Формы колебаний. Формы вынужденных колебаний определяются по формуле (5) при полученных граничных условиях. На рис. 11 для одностороннего привода приведены типовые графики нормированных форм колебаний в окрестности резонансных зон при Π'_{\max} и $\Pi' = 0$. На графиках нечётные числа отвечают формам крутильных колебаний на главном валу, а чётные — формам изгибных колебаний исполнительного органа; звёздочка соответствует нижней границе диапазона ($\Pi' = 0$). На графиках зафиксированы только точки, отвечающие границам модулей. Для определения амплитуд колебаний внутри каждого участка следует предварительно с помощью (5) и матриц перехода $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3$ найти граничные условия, после чего расчёт не представляет трудностей.

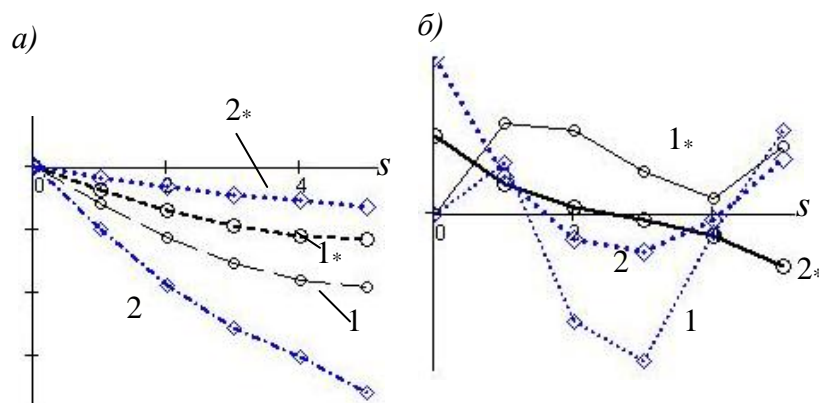


Рис. 11. Формы колебаний при одностороннем приводе

На диапазоне низших частот $550 \div 655 \text{ с}^{-1}$ (рис. 11, а) формы колебаний близки к статическим деформациям при убывающей с ростом $\Pi'(\varphi_*)$ динамической жёсткости. На следующем частотном диапазоне $855 \div 865 \text{ с}^{-1}$ (рис. 11, б) при изменении $\varphi_* = \overline{0, \pi/2}$ происходит существенная трансформация форм (см. кривые 2, 2*), свидетельствующая об их скачкообразном изменении внутри кинематического цикла. Как показано в [3,9], такая ситуация создаёт предпосылки для пространственной локализации колебаний.

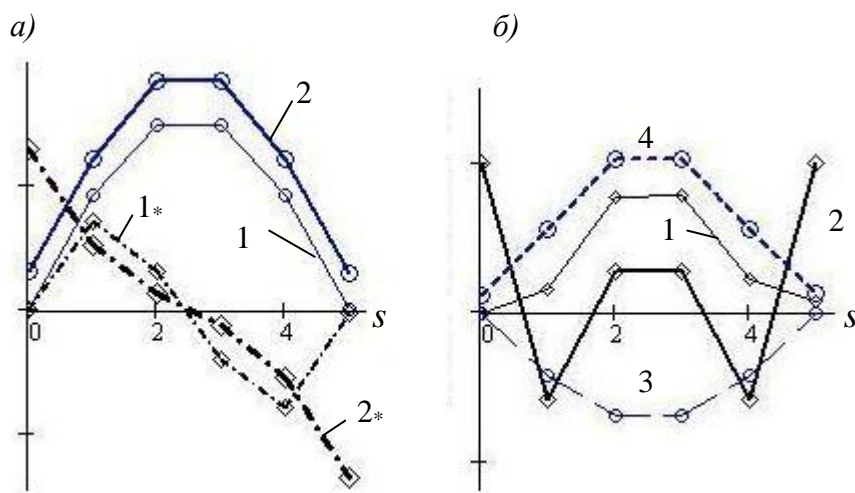


Рис. 12. Формы колебаний при двустороннем приводе

Аналогичные графики форм для двустороннего привода приведены на рис.12. Ввиду возрастания крутильной жёсткости в данном случае изменение формы на главном валу проявляется в меньшей степени. При низких частотах $800 \div 850 \text{ с}^{-1}$ (рис. 12, а) наблюдается перескок с безузловой формы на одноузловую, а при частотах $\sim 1390 \text{ с}^{-1}$ (рис. 12, б, кривые 1, 2) и $\sim 1460 \text{ с}^{-1}$ (кривые 3, 4) вид формы при изменении φ_* сохраняется неизменным.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Вульфсон И.И.** Колебания машин с механизмами циклового действия. – Л.: Машиностроение, 1990. – 306 с.
2. **Vulfson I.** Vibroactivity of branched and ring structured mechanical drives. Hemisphere Publ. Corpor.: New York, Washington, London, 1989. – 99 p.
3. **Вульфсон И.И., Преображенская М.В.** Исследование колебательных режимов, возбуждаемых при перекладке в зазорах цикловых механизмов, соединенных с общим исполнительным органом. // Проблемы машиностроения и надежности машин. №1, 2008. С. 33–39.
4. **Dresig H., Vulfson I.I.** Dynamik der Mechanismen, Springer Verlag, Wien, New York. 1989. 328 S.
5. **Бидерман В.Л.** Теория механических колебаний. М.: Высшая школа, 1980. – 408 с.
6. **Вульфсон И.И.** К анализу изгибных колебаний исполнительных органов машин, установленных на выходных звеньях идентичных цикловых механизмов. // Изв. вузов. Технология лёгкой промышленности. №1. 2008. – С. 15–19.
7. **Вульфсон И.И.** Методика частотного анализа многосекционных приводов цикловых машин, образующих крутильно-изгибные системы разветвленно-кольцевой структуры // Теория механизмов и машин. 2009, Т.7. №1(13). С. 32–41.
8. **Вульфсон И.И.** Об одной модификации обобщенной динамической модели многосвязных регулярных колебательных систем цикловых машин. // Проблемы машиностроения и надежности машин. №5, 2011. С. 3–10.
9. **Vulfson I., Preobrazhenskaya M.** Investigation of vibration in the multisection cyclic machines including branch and lattice structured systems with variable and nonlinear parameters. // Proceedings XXXIX Summer School “Advanced problems in mechanics.” St.Petersburg, IPME RAS, 2011. P.p. 14-25.
10. **Вульфсон И.И.** О колебаниях систем с параметрами, зависящими от времени. // Прикладная математика и механика. 1969. Т.33, №2. С. 331–337.
11. **Ланда П.С.** Нелинейные колебания и волны. – М.: Наука, 1997. – 496 с.

Поступила в редакцию 22.12.2011