

## ТЕОРЕМА РОБЕРТСА И КВАДРАТИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ НАПРАВЛЯЮЩЕГО ЧЕТЫРЕХЗВЕННИКА

### Введение

Теорема Робертса (*S. Roberts* – английский математик, 1827–1913) говорит о том, что существует три различных шарнирных четырехзвенника (ШЧ), воспроизводящих одну и ту же шатунную кривую. Теорема имеет наглядное геометрическое доказательство [1, 2]. На рис. 1 приведён ШЧ  $ABCD$ , шатунная точка  $E$  которого воспроизводит некоторую замкнутую траекторию. На рис. 2 к ШЧ  $ABCD$  в соответствии с теоремой Робертса добавлены ещё два ШЧ –  $GFHD$  и  $GJIA$ , при этом точка  $E$  должна воспроизводить общую для всех механизмов шатунную кривую. Треугольники  $BCE$ ,  $EHF$ ,  $JEI$  (шатуны) и  $ADG$  являются подобными и сходственно расположенными, а четырехугольники  $ABEJ$ ,  $DCEH$  и  $EFGI$  являются параллелограммами. Обычно рекомендуется при синтезе выбрать из трех механизмов вариант, наиболее полно удовлетворяющий дополнительным условиям синтеза.

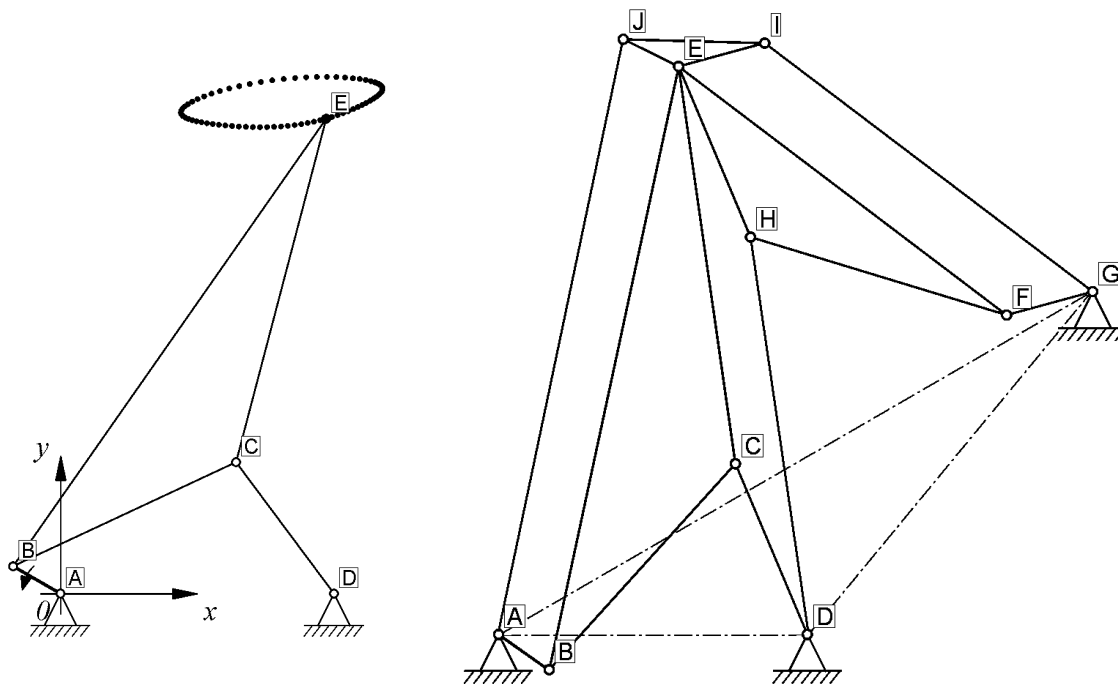


Рис. 1. Направляющий ШЧ

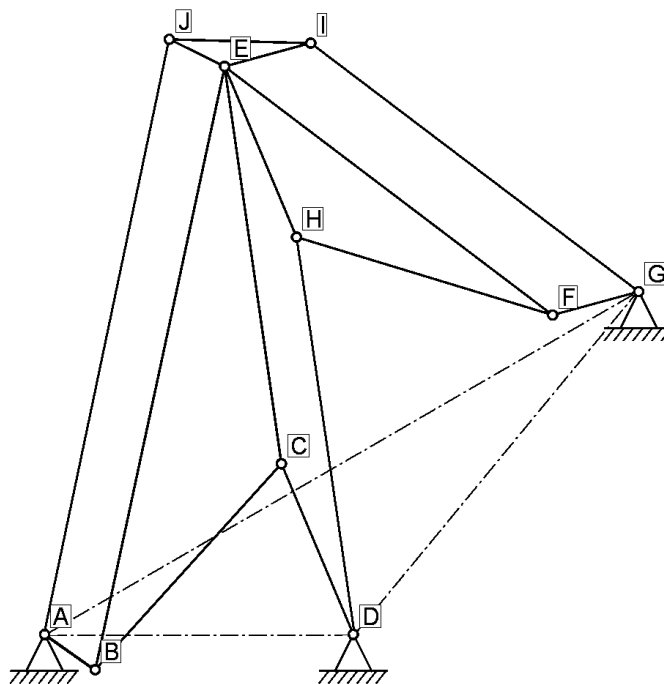


Рис. 2. К теореме Робертса

Разработанная методика двухэтапного аналитико-оптимизационного синтеза направляющего ШЧ [3] позволяет найти полное число параметров механизма по заданному закону движения шатунной точки. При разработке компьютерной программы синтеза, естественным способом её тестирования была задача восстановления механизма по траектории его шатунной точки. Было отмечено, что в некоторых случаях программа, помимо получения искомого решения с восстановлением всех параметров оригинального ШЧ, находит еще одно решение, отличающееся чрезвычайно высокой точностью воспроизведения заданной траектории. Кроме того, у этих двух синтезированных механизмов практически совпадали ко-

ординаты второй неподвижной опоры. Возникло предположение, что получение второго «побочного» решения связано с теоремой Робертса.

Данная статья посвящена детальному рассмотрению эффекта появления при аналитико-оптимизационном синтезе ШЧ «побочных» решений, обусловленных теоремой Робертса, а также поискам путей получения решения для третьего механизма. Отметим, что получение вторых зеркальных решений для симметричных траекторий не относится к исследуемому явлению.

### Краткие сведения о программе синтеза направляющего ШЧ

Кинематическая схема направляющего ШЧ (рис. 3) имеет 10 постоянных параметров:  $x_A, y_A, x_D, y_D, a = AB, b = BC, c = CD, \lambda = \angle CBE, l = BE, \alpha_0$ . Параметры  $\alpha, \alpha_0$  и  $\varphi$  связаны следующей зависимостью:  $\alpha = \alpha_0 + v_1 \cdot \varphi$ , где  $v_1$  – показатель направления вращения входного звена  $AB$ . Дополнительно на схеме обозначены углы  $\beta$  и  $\delta$ , являющиеся угловыми координатами коромысла  $CD$  и шатуна  $BC$  соответственно.

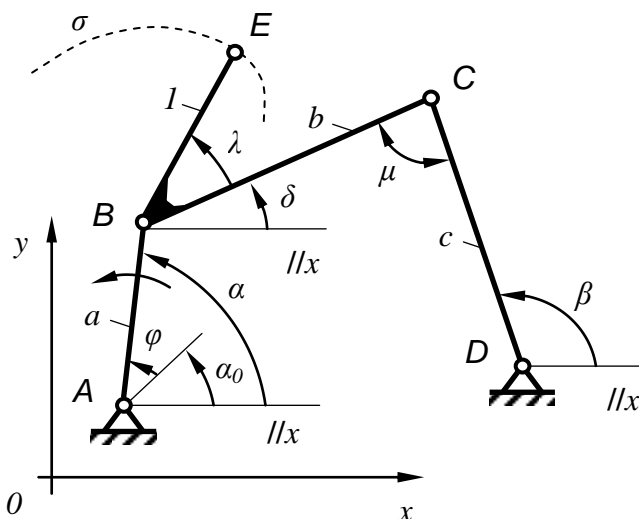


Рис. 3. Параметры направляющего ШЧ

Исходными данными для синтеза механизма являются  $N$  троек чисел:  $\{x_{Ei}, y_{Ei}, \varphi_i\}$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ). Основное условие синтеза – максимально точное воспроизведение четырехзвенником заданного закона движения шатунной точки. Дополнительные условия синтеза:  $\mu_{ext} \geq \mu_{lim}$ ;  $a_{min} \leq a \leq a_{max}$ ;  $(x_A)_{min} \leq x_A \leq (x_A)_{max}$ ;  $(y_A)_{min} \leq y_A \leq (y_A)_{max}$ ;  $(x_D)_{min} \leq x_D \leq (x_D)_{max}$ ;  $(y_D)_{min} \leq y_D \leq (y_D)_{max}$ .

В алгоритме синтеза используются следующие методы:

- «Синхронное Движение Точек» (СДТ) – предложен автором статьи [3, 4], позволяет найти 5 неизвестных параметров (2 – численно, 3 – аналитически).
- «Вставка Двухпарного Звена» (ВДЗ) – предложен Э.Е. Пейсахом [5], позволяет вычислить 3 параметра аналитически. Методы СДТ и ВДЗ – это оригинальные по постановке варианты известной задачи о поиске круговой квадратической точки [6].
- «Автоматическое Сканирование Координат» (АСК) [3, 4], используется для перебора варьируемых параметров. Метод является численным и интерактивным, он позволяет наглядно представить на дисплее компьютера результаты решения задачи синтеза в виде прямоугольных гистограмм, состоящих из клеток. Каждая клетка соответствует узлу сканирования, то есть определенному сочетанию варьируемых параметров. Гистограмма заполняется динамически, являясь одновременно индикатором хода выполнения процесса синтеза.

Неизвестные постоянные параметры кинематической схемы синтезируемого ШЧ вычисляются за два последовательно решаемых этапа.

На первом этапе синтезируется кинематическая цепь  $ABE$ , при этом вычисляются пять параметров:  $x_A, y_A, a, l$  и  $\alpha_0$ . Для этого этапа в программе реализовано пять вариантов постановки задачи синтеза, которые перечислены в табл. 1. Качество синтеза на этом этапе оценивается по критерию  $\Delta l_{\max} = \max_{i=1,2,\dots,N} (|BE_i - l|)$ .

Таблица 1

### Варианты постановок задачи синтеза ШЧ на первом этапе

Постановка задачи	Фиксированные параметры	Варьируемые параметры	Вычисляемые параметры	Используемые методы синтеза
#1	$x_A, y_A$	нет	$a, l, \alpha_0$	СДГ
#2	$a$	$\alpha_0$	$x_A, y_A, l$	АСК + СДГ
#3	нет	$\alpha_0$	$a, x_A, y_A, l$	АСК + СДГ
#4	нет	$a, \alpha_0$	$x_A, y_A, l$	АСК + СДГ
#5	нет	$x_A, y_A$	$a, l, \alpha_0$	АСК + СДГ

На втором этапе вычисляются оставшиеся пять параметров механизма: координаты  $x_D$  и  $y_D$  определяются методом АСК, а параметры  $b, c$  и  $\lambda$  вычисляются методом ВДЗ. Оценивается качество выполнения основного условия синтеза по критерию  $\delta_{\max} = \max_{i=1,2,\dots,N} (|EE_i|)$ .

Кроме того, в алгоритме предусмотрено определение показателя  $M$  сборки диады  $BCE$ .

### Подготовка исходных данных для синтеза

Для проведения детального исследования был взят произвольный кривошипно-коромысловый ШЧ (обозначим его  $\mathbf{m0}$ ), шатунная точка которого движется по простейшей эллипсовидной траектории (см. рис. 1). Численные значения всех постоянных параметров механизма  $\mathbf{m0}$  приведены ниже в табл. 3.

В качестве исходных данных для программы синтеза были рассчитаны координаты 36 точек (с шагом  $10^\circ$ ) траектории шатунной точки  $E$  механизма  $\mathbf{m0}$ , результаты расчетов приведены в табл. 2.

Таблица 2.

### Исходные для синтеза точки – набор $\{x_{Ei}, y_{Ei}, \varphi_i\}$ ( $i = 1, 2, \dots, N$ )

№	$x_{Ei}$	$y_{Ei}$	$\varphi_i$	№	$x_{Ei}$	$y_{Ei}$	$\varphi_i$
1	85,7587	188,8804	$0^\circ$	19	83,1422	171,3525	$180^\circ$
2	93,7343	189,2641	$10^\circ$	20	78,0852	170,9942	$190^\circ$
3	100,8944	189,2123	$20^\circ$	21	72,9302	170,8861	$200^\circ$
4	106,9148	188,8096	$30^\circ$	22	67,7676	170,9973	$210^\circ$
5	111,6164	188,1474	$40^\circ$	23	62,7159	171,2916	$220^\circ$
6	114,9507	187,2994	$50^\circ$	24	57,9198	171,7375	$230^\circ$
7	116,9667	186,312	$60^\circ$	25	53,5459	172,3158	$240^\circ$
8	117,775	185,2075	$70^\circ$	26	49,7775	173,0249	$250^\circ$
9	117,5178	183,994	$80^\circ$	27	46,8071	173,8805	$260^\circ$
10	116,3467	182,6759	$90^\circ$	28	44,8294	174,9111	$270^\circ$

11	114,4089	181,2631	100°
12	111,8374	179,777	110°
13	108,7462	178,2532	120°
14	105,2279	176,7404	130°
15	101,353	175,2971	140°
16	97,1728	173,9856	150°
17	92,724	172,8638	160°
18	88,0365	171,9772	170°
29	44,0315	176,1482	280°
30	44,5802	177,6131	290°
31	46,6044	179,3013	300°
32	50,1703	181,1673	310°
33	55,252	183,1175	320°
34	61,7012	185,0137	330°
35	69,2297	186,6957	340°
36	77,4177	188,0165	350°

### Кинематический синтез направляющего ШЧ

Для первого этапа синтеза с целью большей наглядности была выбрана постановка задачи по варианту #5 (см. табл. 1). На рис. 4 приведена гистограмма, полученная с помощью процедуры АСК. Гистограмма иллюстрирует численный поиск координат неподвижного шарнира входного звена синтезируемого ШЧ. Цвет каждой клетки гистограммы зависит от значения критериев, характеризующих качество выполнения основного и дополнительных условий синтеза, то есть в данном случае на дисплее ПК отображается наглядная цветная картина решения задачи условной минимизации функции  $\Delta l_{\max} = \Delta l_{\max}(x_A, y_A)$ . После полного завершения процесса сканирования, когда всё поле гистограммы заполняется клетками соответствующих цветов, программа автоматически находит и отмечает на экране все имеющиеся локальные минимумы функции  $\Delta l_{\max} = \Delta l_{\max}(x_A, y_A)$ . Для любого из найденных программой локальных минимумов возможно автоматическое уточнение значений найденных варьируемых параметров, а затем переход ко второму этапу синтеза.

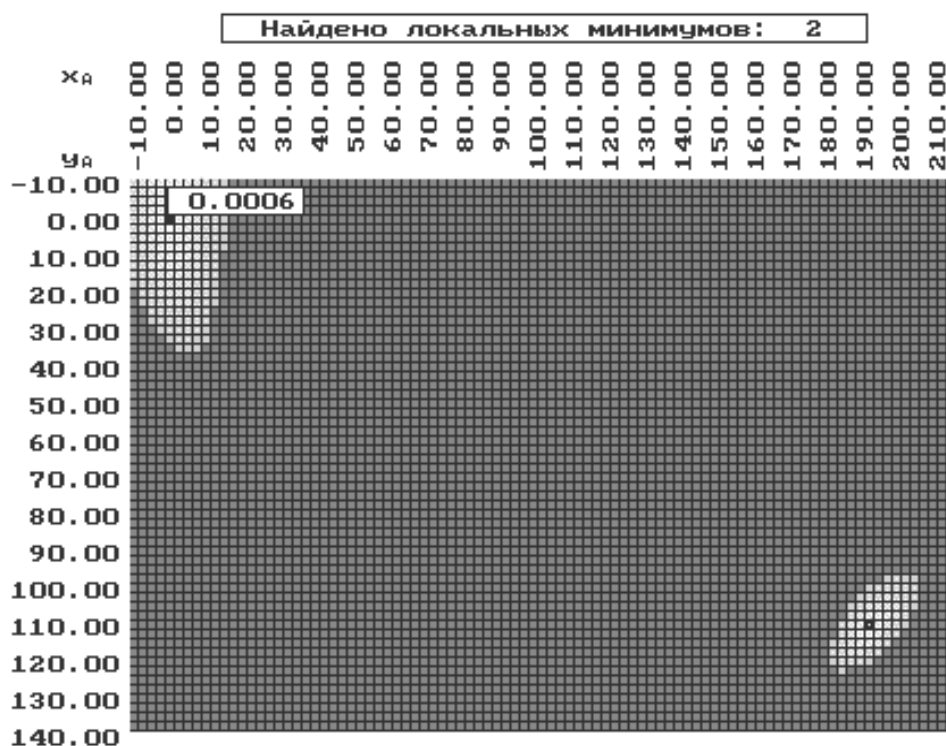


Рис. 4. Гистограмма первого этапа синтеза

На гистограмме (см. рис. 5) видны две светлые области, которые соответствуют найденным зонам расположения неподвижной опоры входного звена ШЧ. Естественно, если сузить область численного поиска (сканирования), то может быть найдено только одно решение (или вообще ни одного).

Второй этап синтеза для каждого из двух найденных локальных минимумов выполняется отдельно и позволяет найти оставшиеся параметры ШЧ.

Синтез из зоны, находящейся в левом верхнем углу гистограммы (соответствует шарниру  $A$ ), приводит к механизму, обозначенному  $m1f$  (см. табл. 3). Этот механизм является восстановленным с высокой точностью исходным механизмом  $m0$  (см. рис. 1).

Синтез из зоны, находящейся в правом нижнем углу (соответствует шарниру  $G$ ) приводит к механизму, обозначенному  $m2f$  (см. рис. 5 и табл. 3). Этот второй механизм также достаточно точно воспроизводит заданную траекторию.

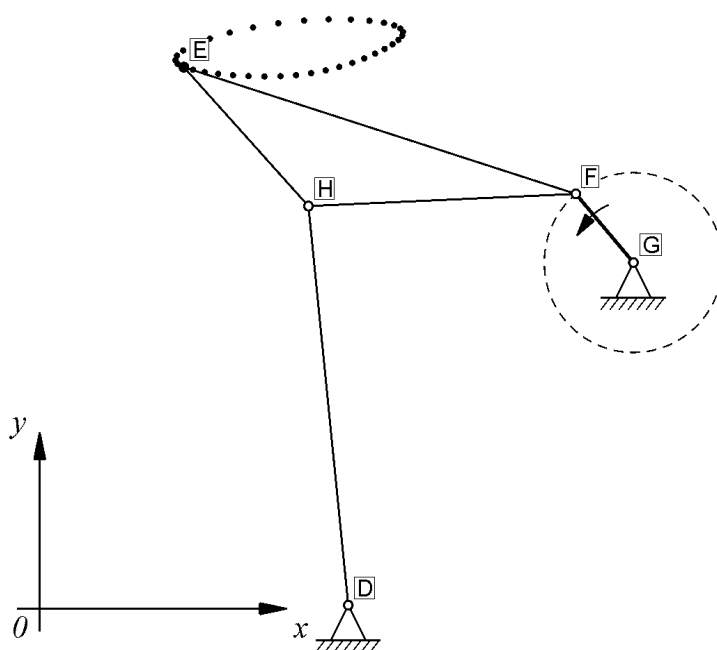


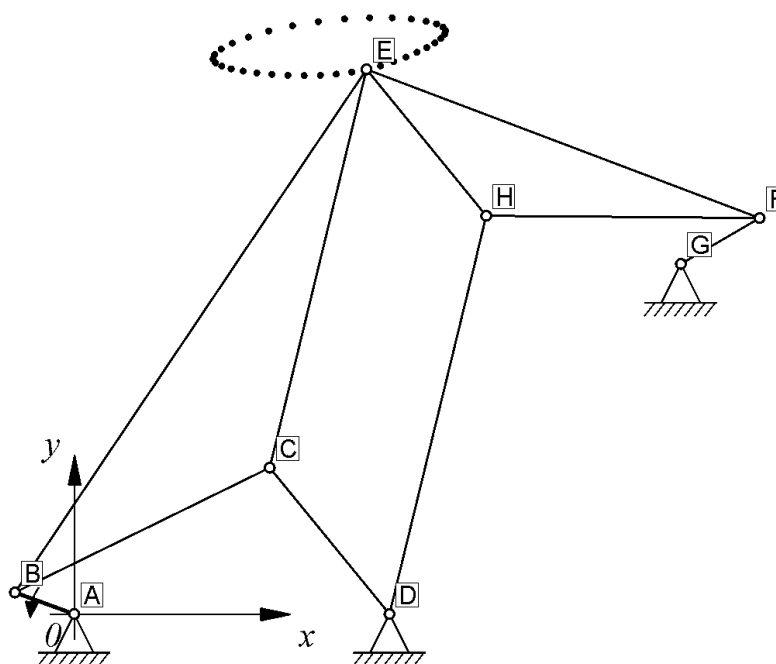
Рис. 5. Синтезированный механизм  $m2f$

Проверим, насколько полученный механизм  $m2f$  соответствует теореме Роберта. Из табл. 3 видно, что для механизмов  $m1f$  и  $m2f$  практически совпадают координаты второй неподвижной опоры  $D$  – оси коромысел  $CD$  и  $DH$ . Другие параметры для этих четырехзвенников как будто различны, однако расчеты показывают, что  $EH = 60,163$ , а  $CE = 130,089$ , т.е.  $EH \approx CD$ , а  $DH \approx CE$  с достаточной точностью, значит, из этих звеньев можно получить параллелограмм  $DCEH$  (см. рис. 2). Кроме того, треугольники  $BCE$ ,  $EHF$  и  $ADG$  – подобные.

Соединение механизмов  $m1f$  и  $m2f$  друг с другом согласно теореме, показано на рис. 6. Полученный семизвенный механизм имеет по формуле Чебышева подвижность  $w = 0$ . Однако если удалить звено  $GF$ , то получится одноподвижный диадный шестизвенный механизм, представляющий по структуре шестизвенный шарнирный механизм типа Стефенсон III с одной совмещенной опорой (рис. 7). Как видно на рис. 7, точка  $F$  этого механизма описывает окружность радиуса  $GF$  вокруг неподвижной точки  $G$ . Отметим, что такой механизм является некоторой комбинацией пантографа Сильвестра [1, 2] и направляющего по окружности механизма Делоне [7].

Параметры механизмов  $m0$ ,  $m1$  и  $m2$ 

Обозначение для $m0$ и $m1f$ (см. рис. 3)	Исходный механизм $m0$	Результаты синтеза для закона $\{x_{Ei}, y_{Ei}, \varphi_i\} (i = 1, 2, \dots, N)$		Обозначение для механизма $m2f$
		$m1f$	$m2f$	
Схема	Рис. 1	Рис. 1	Рис. 5	
$x_A$	0	0	192,448	$x_G$
$y_A$	0	0	111,112	$y_G$
$x_D$	100	100	100,067	$x_D$
$y_D$	0	0	1,01609	$y_D$
$AB$	20	20	28,9086	$FG$
$BC$	90	90	86,6987	$FH$
$CD$	60	59,9997	128,897	$DH$
$\angle CBE$	$30^\circ$	$30,0002^\circ$	$339,635^\circ$	$\angle HFE$
$BE$	200	200	133,331	$EF$
$\alpha_0$	0	0	$-129,762^\circ$	$(\angle xGF)_0$
$M$	-1	-1	+1	$M$
$\Delta_{\max}$	0,0006	0,0006	0,0204	$\Delta_{\max}$
$\mu_{\text{ext}}$	$60,61^\circ$	$60,61^\circ$	$60,67^\circ$	$\mu_{\text{ext}}$

Рис. 6. Соединение механизмов  $m1f$  и  $m2f$

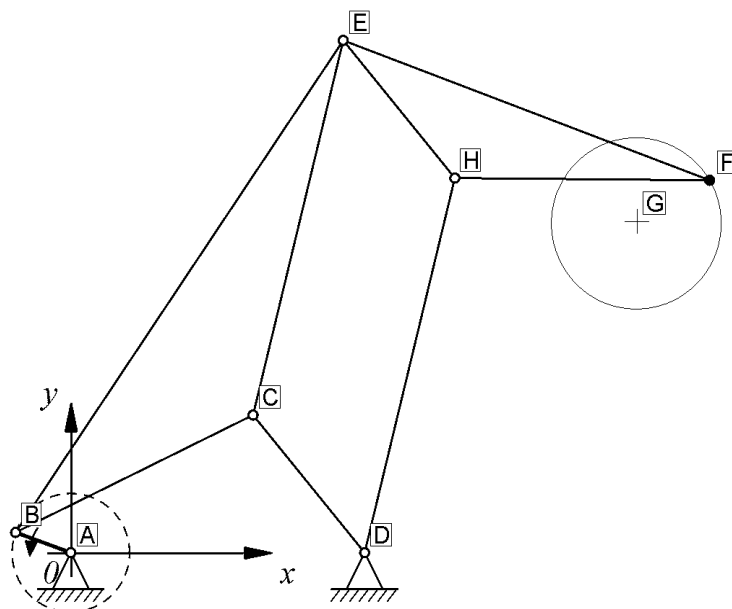


Рис. 7. Шестизвенный механизм – пантограф

### Синтез третьего механизма

Исследуем причины, по которым был успешно выполнен синтез двух ШЧ (**m1f** и **m2f**), но не удалось получить третий ШЧ. Для этого рассмотрим подробнее движение звеньев 10-звенного механизма (см. рис. 2), построенного в соответствии с теоремой Робертса.

Кривошип  $AB$  связан параллелограммом  $ABEJ$  с треугольным шатуном  $EIJ$ , а шатун в свою очередь связан параллелограммом  $EFGI$  со звеном  $FG$  таким образом, что постоянно  $AB \parallel JE$ , а  $EI \parallel FG$ . Следовательно, звенья  $EIJ$  и  $FG$  совершают то же самое угловое относительное движение, что и входной кривошип  $AB$ . Т.е. звено  $FG$  является кривошипом, закон движения которого полностью совпадает с движением кривошипа  $AB$  и именно этим объясняется успешный синтез механизма **m2f** (см. рис. 5 и табл. 3). Однако, из этого также следует, что и шатун  $EIJ$  за каждый цикл движения должен делать полный оборот. Других звеньев, которые будут поворачиваться на  $360^\circ$ , в механизме нет.

Третий механизм **m3** (кинематическая цепь  $AJIG$ ) может быть приведен в движение от любого звена, связанного со стойкой вращательной парой, и такими звеньями для него являются  $AJ$  или  $GI$ .

Движение звена  $GI$  определяется коромыслом  $CD$ , так как они связаны двумя параллелограммами  $DCEH$  и  $EFGI$  через треугольный шатун  $EFH$  таким образом, что  $CD \parallel EH$ , а  $EF \parallel GI$ . Соответственно все эти звенья имеют относительное угловое движение, определяемое изменением угла  $\beta = \beta(\alpha)$  поворота коромысла  $CD$  (см. рис. 3). Следовательно, звено  $GI$  также является коромыслом.

Угловое движение звена  $AJ$  определяется шатуном  $BCE$  через параллелограмм  $ABEJ$ , следовательно,  $AJ \parallel BE$ . Так как исходный механизм  $ABCD$  – кривошипно-коромысловый,

то его шатун в своем плоскопараллельном движении не совершает полного оборота, значит, звено  $AJ$  может быть только коромыслом. Относительное угловое движение звена  $AJ$  определяется изменением угловой координаты  $\delta = \delta(\alpha)$  шатуна  $BCE$  (см. рис. 3).

Таким образом, механизм  $m3$  имеет два коромысла, а его шатун совершает полный оборот, соответственно он никаким образом не может воспроизвести требуемую замкнутую траекторию одной своей сборкой (см. рис. 1). Это типичный пример дефекта ветвления при синтезе [5], когда траектория шатунной точки воспроизводится двумя различными сборками механизма.

Хотя уже вполне очевидно, что в данном случае практического значения механизм  $m3$  не имеет, все же была предпринята попытка его синтеза по отдельным сборкам. Для этого были подготовлены исходные данные в виде наборов  $\{x_{Ei}, y_{Ei}, \beta_i\}$  и  $\{x_{Ei}, y_{Ei}, \delta_i\}$ , где  $\beta_i = \beta(\alpha_i)$ ,  $\delta_i = \delta(\alpha_i)$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) (см. рис. 3 и табл. 2).

Первый этап синтеза как для набора  $\{x_{Ei}, y_{Ei}, \beta_i\}$ , так и для набора  $\{x_{Ei}, y_{Ei}, \delta_i\}$  выполняется без проблем – находятся координаты неподвижной опоры входного звена и синтезируются цепочка  $GIE$  или  $AJE$  соответственно (см. рис. 2).

Второй этап синтеза вызвал некоторые затруднения, т.к. пришлось преодолеть ряд блокировок, имеющих в программе синтеза. Во-первых, пришлось отключить контроль угла передачи движения, установив  $\mu_{lim} = 0$ , и, во-вторых, потребовалось разбить исходные наборы данных на две порции каждый. Дело в том, что в программе имеется неотключаемая проверка сохранения варианта сборки синтезированного механизма, которая мешала получению решения в этом случае. Поэтому данные по точкам траектории были разбиты на две группы, соответствующие каждой изборок механизма. Итоговые результаты синтеза механизма  $m3$  приведены в табл. 4, а на рис. 8 показаны две сборки механизма  $m3p$ , полученные для набора  $\{x_{Ei}, y_{Ei}, \beta_i\}$ .

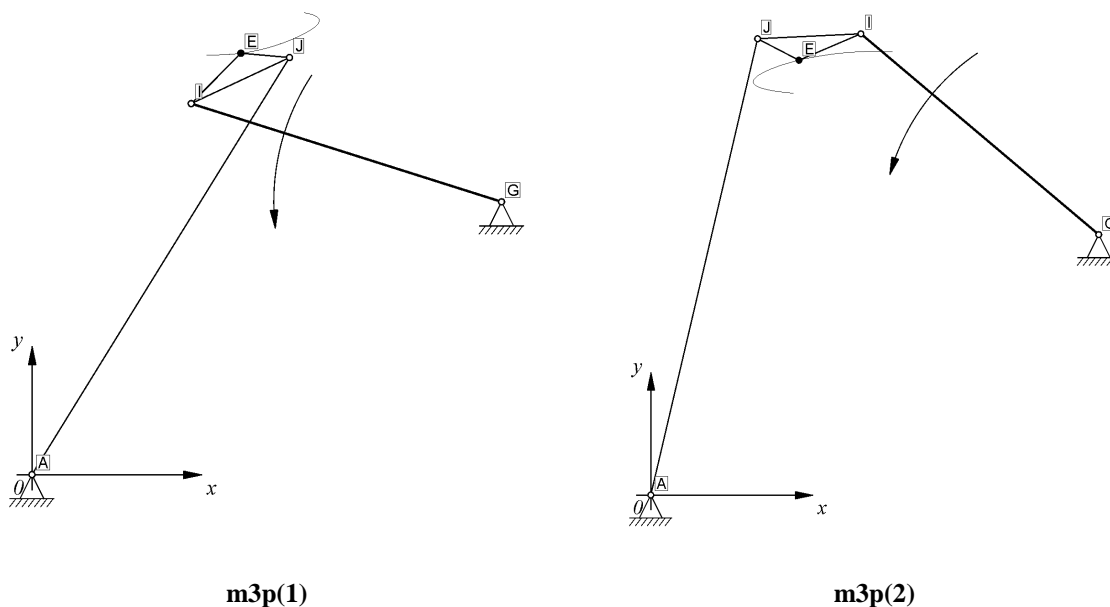


Рис. 8. Сборки механизма  $m3p$ , синтезированные для набора  $\{x_{Ei}, y_{Ei}, \beta_i\}$

Для полноты картины отметим, что при синтезе механизма  $m3$  по наборам  $\{x_{Ei}, y_{Ei}, \beta_i\}$  и  $\{x_{Ei}, y_{Ei}, \delta_i\}$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ), в каждом случае помимо  $m3$  были также получены вторые решения. Эти решения представляют собой механизмы  $m1$  и  $m2$ , которые в данном случае приводятся в движение наоборот, т.е. от своих коромысел, поэтому воспроизводят шатунную кривую двумя сборками. Соответственно для набора  $\{x_{Ei}, y_{Ei}, \beta_i\}$  были синтезиро-



ваны механизмы **m1p(1)** и **m1p(2)**, а для набора  $\{x_{Ei}, y_{Ei}, \delta_i\}$  – механизмы **m2d(1)** и **m2d(2)**. С целью экономии места их схемы и вычисленные параметры (они оказались достаточно близки к **m1f** и **m2f** – см. табл. 3) в статье не приводятся.

Таблица 4.

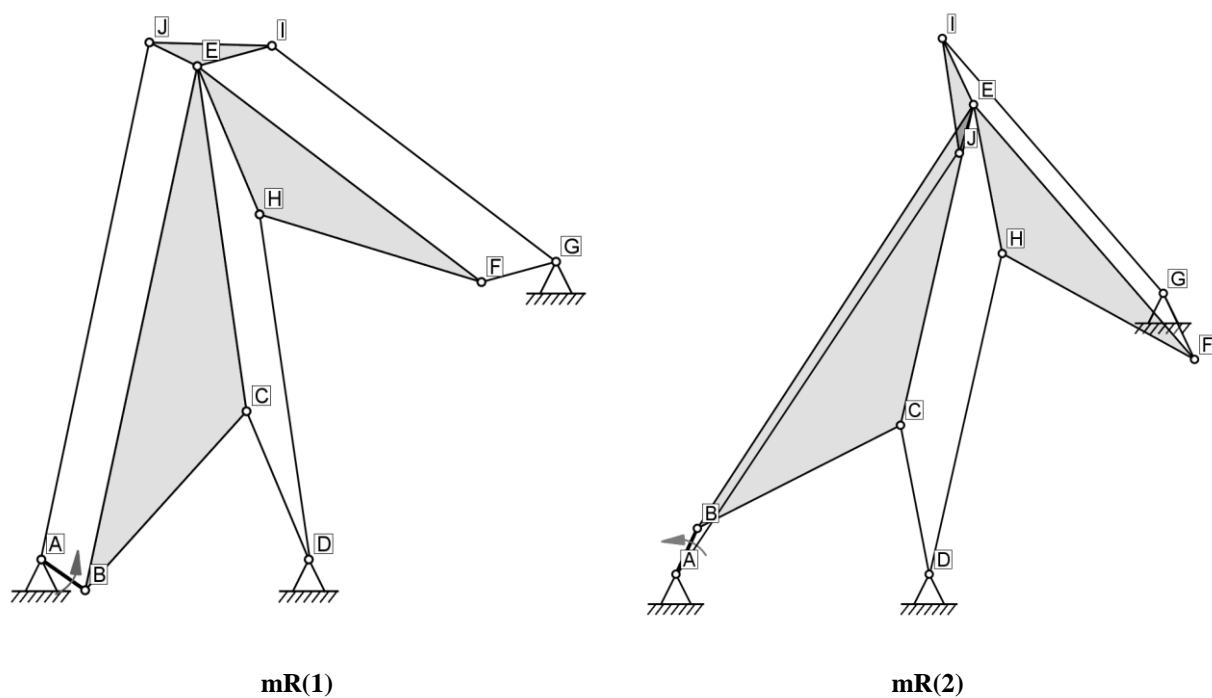
Результаты синтеза третьего механизма **m3**

Обозначение на рис. 3	Обозначение для <b>m3p</b>	Синтезированные механизмы				Обозначение для <b>m3d</b>
		Закон движения точки $E$ $\{x_{Ei}, y_{Ei}, \beta_i\} (i = 1, 2, \dots, N)$		Закон движения точки $E$ $\{x_{Ei}, y_{Ei}, \delta_i\} (i = 1, 2, \dots, N)$		
		<b>m3p(1)</b>	<b>m3p(2)</b>	<b>m3d(1)</b>	<b>m3d(2)</b>	
Схема		Рис. 8	Рис. 8	–	–	
$x_A$	$x_G$	192,46	192,436	0	0	$x_A$
$y_A$	$y_G$	111,116	111,112	0	0	$y_A$
$x_D$	$x_A$	0	0	192,504	192,4	$x_G$
$y_D$	$y_A$	0	0	111,08	111,16	$y_G$
$AB$	$GI$	133,344	133,325	199,999	200	$AJ$
$BC$	$IJ$	44,4498	44,4397	44,4438	44,4442	$IJ$
$CD$	$AJ$	199,998	199,998	133,396	133,264	$GI$
$\angle CBE$	$\angle JIE$	20,2393°	20,2379°	330,003°	329,998°	$\angle IJE$
$BE$	$EI$	28,9147	28,9043	19,9996	199,9997	$EJ$
$\alpha_0$	$(\angle xGI)_0$	127,39°	166,433°	53,5781°	79,2471°	$(\angle xAJ)_0$
$M$		–1	+1	+1	–1	$M$
$\Delta_{\max}$		0,0045	0,0126	0,0036	0,0024	$\Delta_{\max}$
Число $N$ точек для синтеза		18	18	19	17	
Номера точек (см. табл. 1)		5...24	25...4	15...33	34...14	

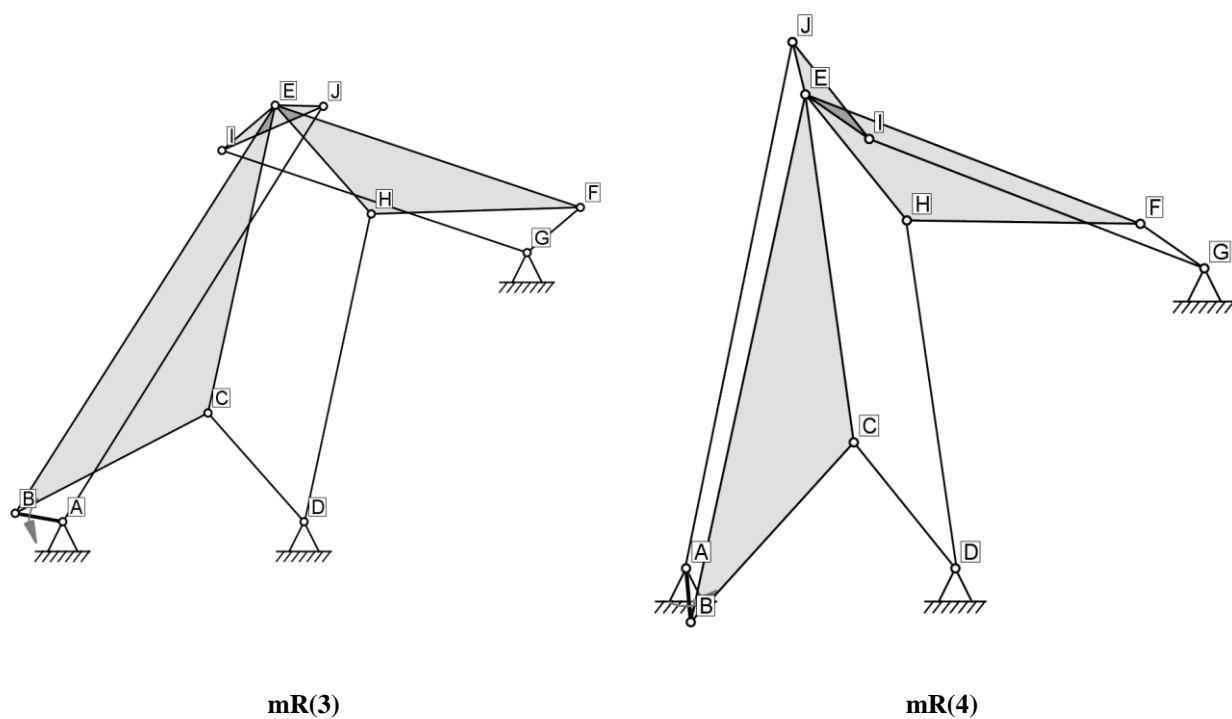
Десятизвенный механизм

На рис. 2 показано соединение, согласно теореме Робертса, всех трех механизмов **m1**, **m2** и **m3** в одну конструкцию. Такой 10-звенный механизм (обозначим его **mR**) по формуле Чебышева имеет подвижность  $w = -1$ , что обусловлено наличием избыточных связей. Однако, если удалить опору  $G$ , сохранив при этом шарнир  $G$ , связывающий звенья  $FG$  и  $GI$ , то мы получим одноподвижный 10-звенный механизм, состоящий из диад. При анализе этого механизма точка  $G$  должна оставаться на одном месте. Проведенный анализ выявил, что для того, чтобы это происходило, требуется изменять сборки контуров параллелограммов  $ABEJ$  и  $EFGI$ , которые за цикл движения дважды вытягиваются в одну линию каждый. И только параллелограмм  $CDEH$ , соединяющий механизмы **m1** и **m2**, сохраняет свою конфигурацию неизменной (см. также рис. 6 и 7). Все возможные сборки механизма **mR** показаны на рис. 9 и 10, а информация о них приведена в табл. 5. Границы сборок, приведенные в табл. 5, найдены программой анализа с точностью до 1°.

Таким образом, 10-звенный механизм (рис. 2, 9 и 10), построенный согласно теореме Робертса, кроме известных проблем с избыточными связями, при приводе от звена  $AB$  за каждый цикл движения должен четыре раза перейти из одной сборки в другую. Т.е. подобную конструкцию следует рассматривать только как чертеж, а не как реальный механизм. Возможно, в границах существования отдельной сороки, изготовленный с высокой точностью механизм может быть использован как чертящий, путем привода за точку  $E$ .



*Рис. 9. Сборки 10-звенного механизма (начало)*



*Рис. 10. Сборки 10-звенного механизма (продолжение)*

В продолжение работы данной предполагается провести подобное исследование для двухкрившипного направляющего шарнирного четырехзвенника.

## Сборки 10-звенного механизма mR

Обозначение	mR(1)	mR(2)	mR(3)	mR(4)
Схема	Рис. 2 и 9	Рис. 9	Рис. 10	Рис. 10
Знак момента вектора $GI$ относительно точки $E$	+1	+1	-1	-1
Знак момента вектора $AJ$ относительно точки $E$	-1	+1	+1	-1
Знак момента вектора $EI$ относительно точки $G$	-1	-1	+1	+1
Знак момента вектора $EJ$ относительно точки $A$	+1	-1	-1	+1
Области существования сборок по углу $\alpha = \angle xAB$	$-74^\circ \dots 57^\circ$	$58^\circ \dots 85^\circ$	$86^\circ \dots 254^\circ$	$255^\circ \dots 285^\circ$
Протяженность области сборки по углу $\alpha = \angle xAB$	$131^\circ$	$27^\circ$	$168^\circ$	$30^\circ$

## Выводы

1. Для случая кривошипно-коромыслового направляющего ШЧ, воспроизводящего замкнутую шатунную кривую, в уточнение теоремы Робертса установлено следующее:

а) существуют только два полноценных механизма, которые воспроизводят одну и ту же траекторию шатунной точки, причем они имеют общую опору для своих коромысел и один закон относительного поворота входных звеньев;

б) третий ШЧ является неработоспособным, т.к. имеет два коромысла, а траектория шатунной точки воспроизводится его двумя различными сборками, являясь иллюстрацией дефекта ветвления при синтезе.

2. При аналитико-оптимизационном синтезе направляющего ШЧ по программе для ПК всегда могут быть получены два решения, соответствующих теореме Робертса, если это позволяют установленные для численных процедур ограничения по областям поиска. Из двух синтезированных механизмов может быть образован пантограф Сильвестра.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Левитский Н.И. Теория механизмов и машин. – М.: Наука, 1979. – 576 с.
2. Крайнев А.Ф. Словарь-справочник по механизмам. – М.: Машиностроение, 1987. – 560 с.
3. Кикин А.Б. Синтез направляющего шарнирного четырехзвенника с определением полного числа параметров. // Известия вузов. Технология текстильной промышленности. 2005, № 3. С. 95-100.
4. Al-Dwairy A.F., Kikin A.B. Multipurpose Technique for Least-Squares Synthesis of Linkages. / Proc. 11th World Congress in Mechanisms and Machines Science. Tianjin, China, 2004. Pp. 181-185.
5. Пейсах Э.Е., Нестеров В.А. Система проектирования плоских рычажных механизмов – М.: Машиностроение, 1988. – 232 с.
6. Саркисян Ю.Л. Аппроксимационный синтез механизмов. – М.: Наука, 1982. – 304 с.
7. Артоболевский И.И. Механизмы в современной технике. Том. 1. – М.: Наука, 1979. – 496 с.

Поступила в редакцию 28.03.2011  
После доработки 05.12.2011