УДК 621.01

Ф.А. ДОРОНИН, В.С. ДОЕВ

ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ПЛОСКОГО МЕХАНИЗМА С ПОМОЩЬЮ ПАКЕТА MATHCAD

В статье излагается алгоритм составления и решения системы дифференциальных уравнений, описывающих движение плоского механизма с одной степенью свободы. Традиционные способы получения таких уравнений весьма трудоемки. Предлагаемый способ предусматривает разбиение механизма на несколько частей (подсистем) и введение дополнительных обобщенных координат, общее число которых превышает число степеней свободы механизма. Эта процедура существенно упрощает формирование системы уравнений, что позволяет реализовать процесс получения дифференциальных уравнений программными средствами (с использованием математического пакета Mathcad).

Поставим задачу: исследовать движение плоского механизма с одной степенью свободы под действием заданных нагрузок при известных начальных условиях.

Алгоритм решения этой задачи включает следующие шаги: разбиение механизма на части (подсистемы по одному или два звена), выбор обобщенных координат, составление дифференциальных уравнений движения и уравнений связей для каждой подсистемы, исключение из полученной системы дифференциальных уравнений неопределенных множителей и запись системы дифференциальных уравнений в матричной форме, численное интегрирование этой системы при заданных начальных условиях.

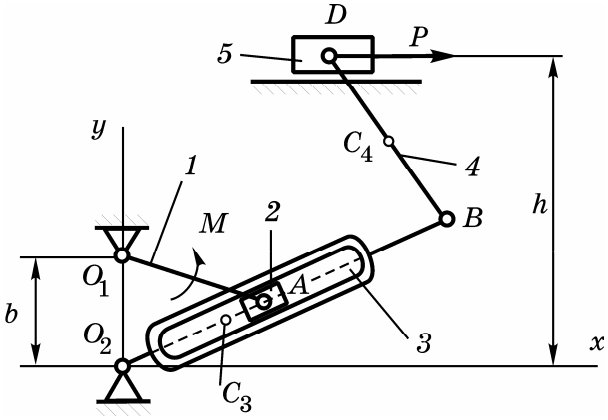

Рис. 1. Схема плоского механизма с одной степенью свободы

В качестве примера рассмотрим механизм, показанный на рис. 1. Кривошип O_1A вращается вокруг оси, проходящей через точку O_1 и перпендикулярной плоскости чертежа, под действием постоянного вращающего

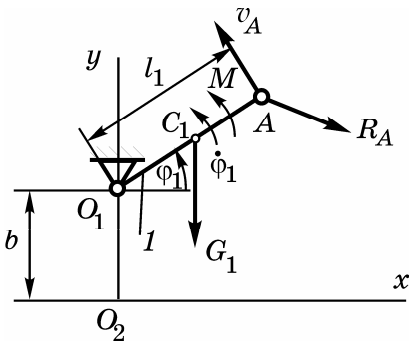

Рис. 2. Схема подсистемы механизма, состоящей из звена 1

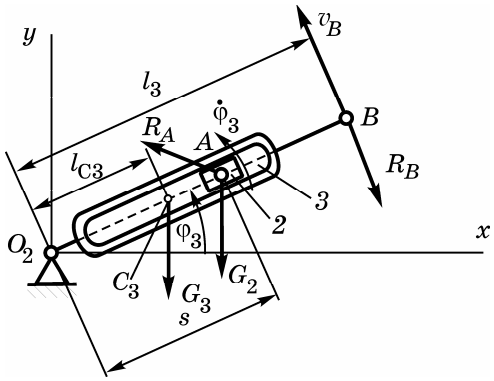

Рис. 3. Схема подсистемы механизма, состоящей из звеньев 2-3

момента M. К ползуну D приложена сила вязкого сопротивления P, модуль которой прямо пропорционален скорости движения ползуна $P=\alpha v_D$, где α – коэффициент вязкого сопро-

тивления, v_D – скорость ползуна D. Все инерционные характеристики и размеры звеньев считаются известными. Механизм расположен в вертикальной плоскости. Ползуны 2 и 6 считать материальными точками, а звенья 1 и 4 – однородными тонкими стержнями. Силы трения в подвижных соединениях не учитывать. В начальный момент времени (t=0) $\varphi_1 = \varphi_{10}$ и $\dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi}_{10}$.

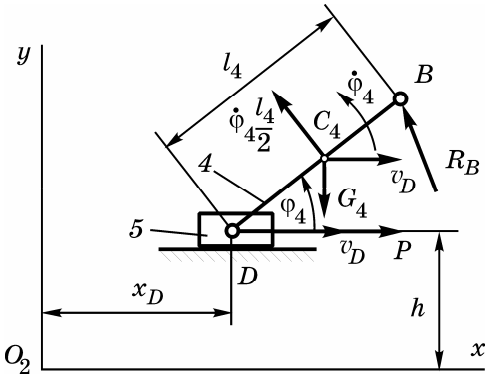

Рис. 4. Схема подсистемы, состоящей из звеньев 4-5

Разобьем механизм на три части (подсистемы): *а*) звено 1 (рис. 2, *б*) звенья 2-3 (рис. 3, *в*) звенья 4-5 (рис. 4). Для каждой из подсистем выберем обобщенные координаты. Взаимодействие между подсистемами будем учитывать при помощи неопределенных множителей Лагранжа.

Для описания движения механизма выбираем неподвижную декартову систему координат O_2xy (см. рис. 1). Запишем дифференциальные уравнения движения каждой из подсистем в обобщенных координатах (уравнения Феррерса [1], частным случаем которых являются уравнения Лагранжа с множителями):

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T_{ij}}{\partial \dot{q}_k}\right) - \frac{\partial T_{ij}}{\partial q_k} = Q_k + \sum_{r=1}^{m} \lambda_r \frac{\partial f_r}{\partial q_k}, \tag{1}$$

где T_{ij} – кинетическая энергия подсистемы, состоящей из i-го и j- го звеньев; q_k – k-я обобщенная координата; Q_k – обобщенная сила, соответствующая k-й обобщенной координате; λ_r – r-й неопределенный множитель Лагранжа; f_r – левая часть уравнения связи $f_r = 0$, r – число уравнений связей.

Для каждой части системы составим выражения для кинетической энергии и для обобщенных сил.

1. *Подсистема а* – звено 1. Обобщенная координата – φ_1. Сила R_A – реакция шарнира A. Кинетическая энергия стержня 1:

$$T_1 = \frac{m_1 l_1^2}{3}\frac{\dot{\varphi}_1^2}{2}. \tag{2}$$

Для определения обобщенных сил $Q_{\varphi 1}$ и $Q_{\varphi 2}$, соответствующих координатам φ_1 и φ_2, составим выражение для мощности сил и моментов, действующих на связку звеньев 1–2. При этом сила R_B будет игнорироваться, т.к. она будет учтена с помощью уравнений связей и множителей Лагранжа. Мощность N_1 равна (см. рис. 2):

$$N_1 = Q_{\varphi 1}\dot{\varphi}_1 = M\dot{\varphi}_1 - m_1 g \dot{\varphi}_1 \frac{l_1}{2}\cos\varphi_1 .$$

Здесь

$$Q_{\varphi 1} = M - m_1 g \frac{l_1}{2} \cos\varphi_1 . \tag{3}$$

2. *Подсистема б* – звенья 2 и 3. Обобщенные координаты – s и φ_3. Сила R_B – реакции шарнира B. Кинетическая энергия подсистемы *б*:

$$T_{23} = \frac{m_2\left(\dot{s}^2 + \dot{\varphi}_3^2 s^2\right)}{2} + \frac{m_3 i_3^2 \dot{\varphi}_3^2}{2}, \tag{4}$$

где i_3 – радиус инерции звена 3.

Мощность N_{23} (см. рис. 3):

$$N_{23} = Q_s \dot{s} + Q_{\varphi 3}\dot{\varphi}_3 = -m_3 g \dot{\varphi}_3 l_{C3} \cos\varphi_3 - m_2 g \dot{\varphi}_3 s \cos\varphi_3 - m_2 g \dot{s} \sin\varphi_3 ,$$

$$Q_s = -m_2 g \sin\varphi_3 ,\ Q_{\varphi 3} = -\left(m_2 s + m_3 l_{C3}\right) g \cos\varphi_3 . \tag{5}$$

3. *Подсистема в* – звенья 4 и 5. Обобщенные координаты – x_D и φ_4. Силы R_A и R_B – реакции шарниров A и B. Кинетическая энергия подсистемы *в*:

$$T_{45} = \frac{m_4}{2}\left(\dot{x}_D^2 + \dot{\varphi}_4^2 \frac{l_4^2}{2} - \dot{x}_D l_4 \dot{\varphi}_4 \sin\varphi_4\right) + \frac{m_4 l_4^2 \dot{\varphi}_4^2}{24} + \frac{m_5 \dot{x}_D^2}{2}, \tag{6}$$

$$N_{45} = Q_{\varphi 4}\dot{\varphi}_4 + Q_{xD}\dot{x}_D = -m_4 g \dot{\varphi}_4 \frac{l_4}{2} \cos\varphi_4 + P\dot{x}_D ,$$

$$Q_{\varphi 4} = -m_4 g \frac{l_4}{2} \cos\varphi_4 ,\ Q_s = P = \alpha \dot{x}_D . \tag{7}$$

Кинетическая энергия всей системы:

$$T = T_1 + T_{23} + T_{45} . \tag{8}$$

4. *Уравнения связей* (см. рис. 2-4):

1) $x_{A1} = x_{A2}$, $l_1 \cos\varphi_1 = s \cos\varphi_3$,

$$f_1 = l_1 \cos\varphi_1 - s \cos\varphi_3 = 0 . \tag{9}$$

2) $y_{A1} = y_{A2}$, $b + l_1 \sin\varphi_1 = s \sin\varphi_3$,

$$f_2 = b + l_1 \sin\varphi_1 - s \sin\varphi_3 = 0 . \tag{10}$$

3) $x_{B3} = x_{B4}$, $l_3 \cos\varphi_3 = x_D + l_4 \cos\varphi_4$,

$$f_3 = l_3 \cos\varphi_3 - x_D - l_4 \cos\varphi_4 = 0 . \tag{11}$$

4) $y_{B3} = y_{B4}$, $l_3 \sin\varphi_3 = h + l_4 \sin\varphi_4$,

$$f_4 = l_3 \sin\varphi_3 - h - l_4 \sin\varphi_4 = 0\,. \tag{12}$$

5. С учетом выражения (8) для каждой подсистемы записываем уравнения Лагранжа с множителями (1) Таких уравнений в нашем случае будет пять (по числу обобщенных координат):

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot\varphi_1}\right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi_1} = Q_{\varphi 1} + \lambda_1 \frac{\partial f_1}{\partial \varphi_1} + \lambda_2 \frac{\partial f_2}{\partial \varphi_1}, \tag{13}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot s}\right) - \frac{\partial T}{\partial s} = Q_{\mathrm{s}} + \lambda_1 \frac{\partial f_1}{\partial s} + \lambda_2 \frac{\partial f_2}{\partial s}, \tag{14}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot\varphi_3}\right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi_3} = Q_{\varphi 3} + \lambda_1 \frac{\partial f_1}{\partial \varphi_3} + \lambda_2 \frac{\partial f_2}{\partial \varphi_3} + \lambda_3 \frac{\partial f_3}{\partial \varphi_3} + \lambda_4 \frac{\partial f_4}{\partial \varphi_3}, \tag{15}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot\varphi_4}\right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi_4} = Q_{\varphi 4} + \lambda_3 \frac{\partial f_3}{\partial \varphi_4} + \lambda_4 \frac{\partial f_4}{\partial \varphi_4}, \tag{16}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot x_D}\right) - \frac{\partial T}{\partial x_D} = Q_{xD} + \lambda_3 \frac{\partial f_3}{\partial x_D}. \tag{17}$$

Найдем все элементы, входящие в уравнения (13)-(17):

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot\varphi_1}\right) = \frac{m_1 l_1^2}{3}\ddot\varphi_1,\ \frac{\partial T}{\partial \varphi_1} = 0,\ \frac{\partial f_1}{\partial \varphi_1} = -l_1 \sin\varphi_1,\ \frac{\partial f_2}{\partial \varphi_1} = l_1 \cos\varphi_1, \tag{18}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot s}\right) = m_2 \ddot s,\ \frac{\partial T}{\partial s} = m_2 s \dot\varphi_3^2,\ \frac{\partial f_1}{\partial \varphi_1} = -\cos\varphi_3,\ \frac{\partial f_2}{\partial \varphi_1} = -\sin\varphi_3, \tag{19}$$

$$\begin{gathered}\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot\varphi_3}\right) = m_3 \ddot\varphi_3 s^2 + 2 m_2 \dot\varphi_3 s \dot s + m_3 i_3^2 \ddot\varphi_3,\ \frac{\partial T}{\partial \varphi_3} = 0,\ \frac{\partial f_1}{\partial \varphi_3} = s \sin\varphi_3, \\ \frac{\partial f_2}{\partial \varphi_3} = -s\cos\varphi_3,\ \frac{\partial f_3}{\partial \varphi_3} = -l_3 \sin\varphi_3,\ \frac{\partial f_2}{\partial \varphi_3} = l_3 \cos\varphi_3,\end{gathered} \tag{20}$$

$$\begin{gathered}\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot\varphi_4}\right) = \frac{m_4 l_4^2}{3}\ddot\varphi_4 - \frac{m_4}{2}\ddot x_D l_4 \sin\varphi_4 - \frac{m_4}{2}\dot x_D l_4 \dot\varphi_4 \sin\varphi_4, \\ \frac{\partial T}{\partial \varphi_4} = -\frac{m_4}{2}\dot x_D l_4 \dot\varphi_4 \sin\varphi_4,\ \frac{\partial f_3}{\partial \varphi_4} = l_4 \sin\varphi_4,\ \frac{\partial f_4}{\partial \varphi_4} = -l_4 \cos\varphi_4,\end{gathered} \tag{21}$$

$$\begin{gathered}\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot x_D}\right) = \left(m_4 + m_5\right)\ddot x_D - \frac{m_4}{2}\ddot\varphi_4 l_4 \sin\varphi_4 - \frac{m_4}{2}\dot\varphi_4^2 l_4 \cos\varphi_4, \\ \frac{\partial T}{\partial x_D} = 0,\ \frac{\partial f_3}{\partial x_D} = -1.\end{gathered} \tag{22}$$

После подстановки выражений (18)-(22) в уравнения (13)-(17) с учетом формул (3), (5) и (7), получаем систему дифференциальных уравнений движения механизма:

$$\frac{m_1 l_1^2}{3}\ddot{\varphi}_1 = M - m_1 g\frac{l_1}{2}\cos\varphi_1 - \lambda_1 l_1 \sin\varphi_1 + \lambda_2 l_1 \cos\varphi_1, \tag{23}$$

$$m_2\ddot{s} = -m_2 g \sin\varphi_3 - \lambda_1 \cos\varphi_3 - \lambda_2 \sin\varphi_3, \tag{24}$$

$$\begin{gathered} m_3\ddot{\varphi}_3 s^2 + 2m_2\dot{\varphi}_3 s\dot{s} + m_3 i_3^2\ddot{\varphi}_3 = -\left(m_2 s + m_3 l_{C3}\right) g\cos\varphi_3 + \lambda_1 s\sin\varphi_3 - \lambda_2 s\cos\varphi_3 - \\ -\lambda_3 l_3 \sin\varphi_3 + \lambda_4 l_3 \cos\varphi_3, \end{gathered} \tag{25}$$

$$\frac{m_4 l_4^2}{3}\ddot{\varphi}_4 - \frac{m_4}{2}\ddot{x}_D l_4 \sin\varphi_4 = -m_4 g\frac{l_4}{2}\cos\varphi_4 + \lambda_3 l_4 \sin\varphi_4 - \lambda_4 l_4 \cos\varphi_4, \tag{26}$$

$$\left(m_4 + m_5\right)\ddot{x}_D - \frac{m_4}{2}\ddot{\varphi}_4 l_4 \sin\varphi_4 - \frac{m_4}{2}\dot{\varphi}_4^2 l_4 \cos\varphi_4 = \alpha\dot{x}_D - \lambda_3. \tag{27}$$

Дифференциальные уравнения движения механизма (23)-(27) удобно представить в матричной форме:

$$B\ddot{q} + u = C\lambda, \tag{28}$$

где

$$B=\begin{pmatrix} \frac{m_1 l_1^2}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3\left(s^2 + i_3^2\right) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{m_4 l_4^2}{3} & -\frac{m_4}{2} l_4 \sin\varphi_4 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{m_4}{2} l_4 \sin\varphi_4 & m_4 + m_5 \end{pmatrix}, \quad \ddot{q}=\begin{pmatrix} \ddot{\varphi}_1 \\ \ddot{s} \\ \ddot{\varphi}_3 \\ \ddot{\varphi}_4 \\ \ddot{x}_D \end{pmatrix}, \quad \lambda=\begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \\ \lambda_4 \end{pmatrix},$$

$$C=\begin{pmatrix} -l_1 \sin\varphi_1 & l_1 \cos\varphi_1 & 0 & 0 \\ -\cos\varphi_3 & -\sin\varphi_3 & 0 & 0 \\ s\sin\varphi_3 & -s\cos\varphi_3 & -l_3 \sin\varphi_3 & l_3 \cos\varphi_3 \\ 0 & 0 & l_4 \sin\varphi_4 & -l_4 \cos\varphi_4 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, u=\begin{pmatrix} -M + m_1 g\frac{l_1}{2}\cos\varphi_1 \\ m_2 g \sin\varphi_3 \\ 2m_2\dot{\varphi}_3 s\dot{s} + \left(m_2 s + m_3 l_{C3}\right) g\cos\varphi_3 \\ m_4 g\frac{l_4}{2}\cos\varphi_4 \\ -\frac{m_4}{2}\dot{\varphi}_4^2 l_4 \cos\varphi_4 - \alpha\dot{x}_D \end{pmatrix}.$$

Дифференциальные уравнения (23)-(27) содержат девять неизвестных (пять обобщенных координат и четыре неопределенных множителя Лагранжа). Для получения еще четырех дифференциальных уравнений найдем вторые производные по времени от уравнений связей (9)-(12):

$$\ddot{f}_1 = -l_1\ddot{\varphi}_1 \sin\varphi_1 - l_1\dot{\varphi}_1^2 \cos\varphi_1 - \ddot{s}\cos\varphi_3 + 2\dot{s}\dot{\varphi}_3 \sin\varphi_3 + s\ddot{\varphi}_3 \sin\varphi_3 + s\dot{\varphi}_3^2 \cos\varphi_3 = 0, \tag{29}$$

$$\ddot{f}_2 = l_1\ddot{\varphi}_1\cos\varphi_1 - l_1\dot{\varphi}_1^2\sin\varphi_1 - \ddot{s}\sin\varphi_3 - 2\dot{s}\dot{\varphi}_3\cos\varphi_3 - s\ddot{\varphi}_3\cos\varphi_3 + s\dot{\varphi}_3^2\sin\varphi_3 = 0\,, \qquad (30)$$

$$\ddot{f}_3 = -l_3\ddot{\varphi}_3\sin\varphi_3 - l_3\dot{\varphi}_3^2\cos\varphi_3 - \ddot{x}_D + l_4\ddot{\varphi}_4\sin\varphi_4 + l_4\dot{\varphi}_4^2\cos\varphi_4 = 0\,, \qquad (31)$$

$$\ddot{f}_4 = l_3\ddot{\varphi}_3\cos\varphi_3 - l_3\dot{\varphi}_3^2\sin\varphi_3 - l_4\ddot{\varphi}_4\cos\varphi_4 + l_4\dot{\varphi}_4^2\sin\varphi_4 = 0\,. \qquad (32)$$

Уравнения (29)-(32) также запишем в матричной форме:

$$C^T\ddot{q} + w = 0\,, \qquad (33)$$

где

$$w = \begin{pmatrix} -l_1\dot{\varphi}_1^2\cos\varphi_1 + 2\dot{s}\dot{\varphi}_3\sin\varphi_3 + s\dot{\varphi}_3^2\cos\varphi_3 \\ -l_1\dot{\varphi}_1^2\sin\varphi_1 - 2\dot{s}\dot{\varphi}_3\cos\varphi_3 + s\dot{\varphi}_3^2\sin\varphi_3 \\ -l_3\dot{\varphi}_3^2\cos\varphi_3 + l_4\dot{\varphi}_4^2\cos\varphi_4 \\ -l_3\dot{\varphi}_3^2\sin\varphi_3 + l_4\dot{\varphi}_4^2\sin\varphi_4 \end{pmatrix}.$$

Матричные дифференциальные уравнения (28) и (33) образуют систему, описывающую движение рассматриваемого механизма. Так как матрица B является неособенной, из этих уравнений нетрудно выразить матрицу $\ddot{q}$:

$$\ddot{q} = B^{-1}C\left(C^TBC\right)^{-1}\left(C^TB^{-1}u - w\right) - B^{-1}u\,. \qquad (34)$$

Для получения уравнений $q = q(t)$ движения механизма следует численно проинтегрировать матричное дифференциальное уравнение (34) при заданных начальных условиях. Начальные значения для дополнительных обобщенных координат определяются по значениям $\varphi_1 = \varphi_{10}$ и $\dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi}_{10}$ основной обобщенной координаты при помощи уравнений связей (9)-(12) и первых производных по времени от этих уравнений:

$$\dot{f}_1 = -l_1\dot{\varphi}_1\sin\varphi_1 - \dot{s}\cos\varphi_3 + s\dot{\varphi}_3\sin\varphi_3 = 0\,, \qquad (35)$$

$$\dot{f}_2 = l_1\dot{\varphi}_1\cos\varphi_1 - \dot{s}\sin\varphi_3 - s\dot{\varphi}_3\cos\varphi_3 = 0\,, \qquad (36)$$

$$\dot{f}_3 = -l_3\dot{\varphi}_3\sin\varphi_3 - \dot{x}_D + l_4\dot{\varphi}_4\sin\varphi_4 = 0\,, \qquad (37)$$

$$\dot{f}_4 = l_3\dot{\varphi}_3\cos\varphi_3 - l_4\dot{\varphi}_4\cos\varphi_4 = 0\,. \qquad (38)$$

Полученные две системы нелинейных алгебраических уравнений (9)-(12) и (35)-(38) легко решаются в пакете Mathcad численным методом путем применения вычислительного блока *Given/Find*. Из этих уравнений определяются начальные значения s_0, φ_{30}, φ_{40}, x_{D0}, $\dot{s}_0$, $\dot{\varphi}_{30}$, $\dot{\varphi}_{40}$, $\dot{x}_{D0}$ дополнительных обобщенных координат и обобщенных скоростей.

Численное интегрирование матричного дифференциального уравнения (34) с учетом найденных начальных условий можно провести методом Рунге-Кутта с фиксированным шагом с применением встроенной функции *rkfixed*(y_0, t_0, t_1, N, D). Результаты расчетов можно получить как в табличном виде, так и в виде хронограмм обобщенных координат и обобщенных скоростей.

На рис. 5-7 показаны хронограммы основной и дополнительных обобщенных координат механизма при следующих исходных данных: m_1=1 кг, m_2=0,5 кг, m_3=8 кг, m_4=5 кг, m_5=0,8 кг, l_1=0,3 м, l_{C1}=0,15 м, l_3=0,9 м, l_{C3}=0,5 м, l_1=0,3 м, l_4=0,5 м, l_{C4}=0,25 м, i_3=0,6 м, h=0,9 м, b=0,5 м, M=5 Н·м, $\varphi_{10} = \pi/6$, ω_{10}=5 рад/с, α=0,5 Н·с/м.

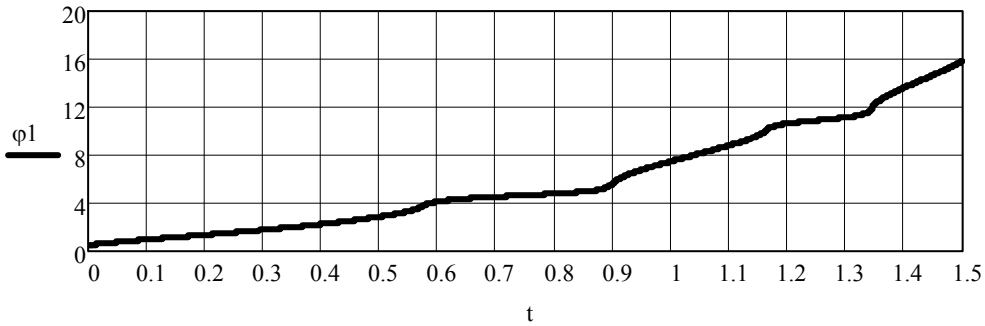

Рис. 5. Зависимость основной обобщенной координаты φ_1 от времени

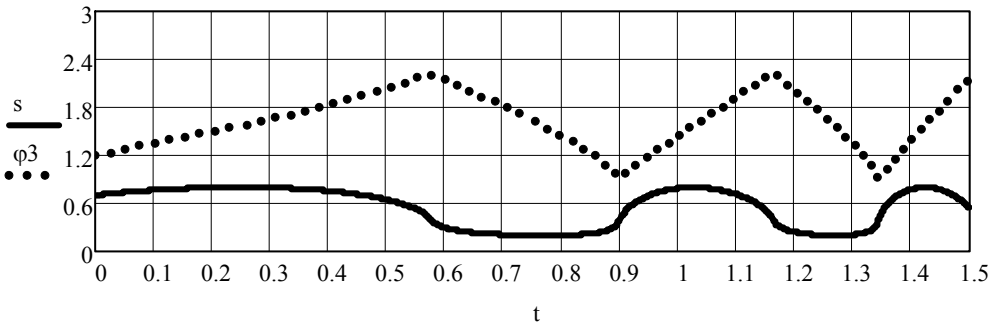

Рис. 6. Зависимость дополнительных обобщенных координат s и φ_3 от времени

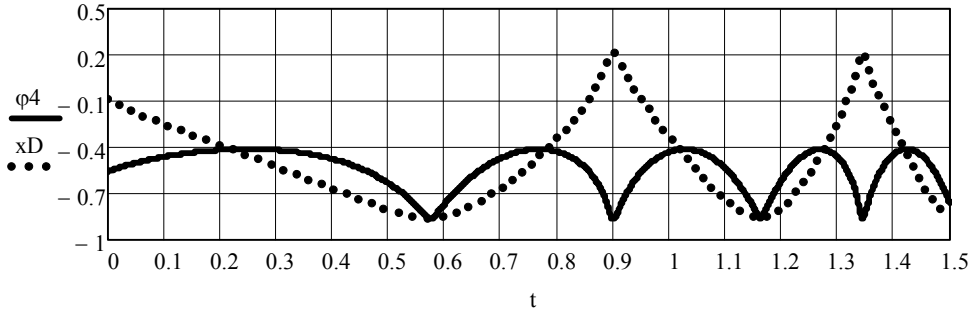

Рис. 7. Зависимость дополнительных обобщенных координат φ_4 и x_D от времени

Из уравнений (28) и (33) выразим неопределенные множители Лагранжа:

$$\lambda = \left(C^T B^{-1} C\right)^{-1} \left(C^T B^{-1} u - w\right).$$

Эти множители представляют собой горизонтальную и вертикальную составляющие усилий, действующих в шарнирах A и B механизма. На рис. 8-11 приведены зависимости горизонтальных R_{Ax}, R_{Bx} и вертикальных R_{Ay}, R_{By} составляющих внутренних усилий R_A и R_B, действующих в шарнирах A и B рассматриваемого механизма, от угла поворота φ_1 кривошипа O_1A при указанных выше исходных данных.

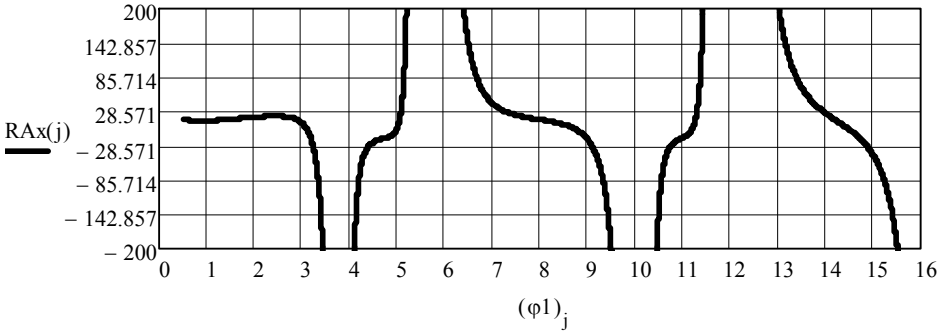

Рис. 8. Зависимость горизонтальной составляющей R_{Ax} от угла поворота φ_1

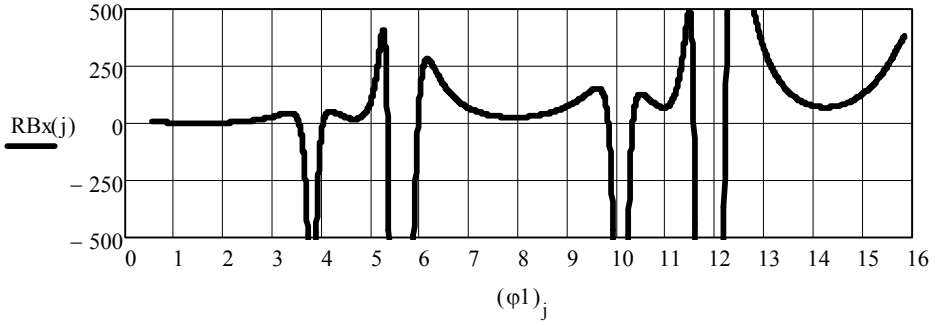

Рис. 9. Зависимость горизонтальной составляющей R_{Bx} от угла поворота φ_1

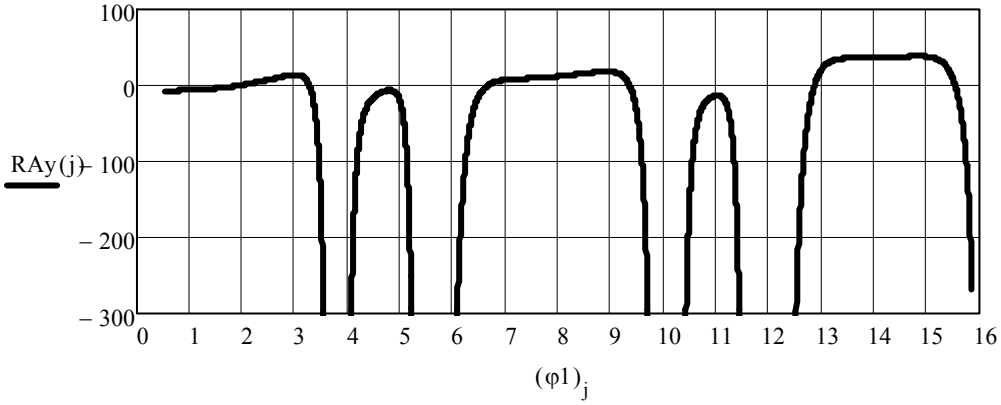

Рис. 10. Зависимость вертикальной составляющей R_{Ay} от угла поворота φ_1

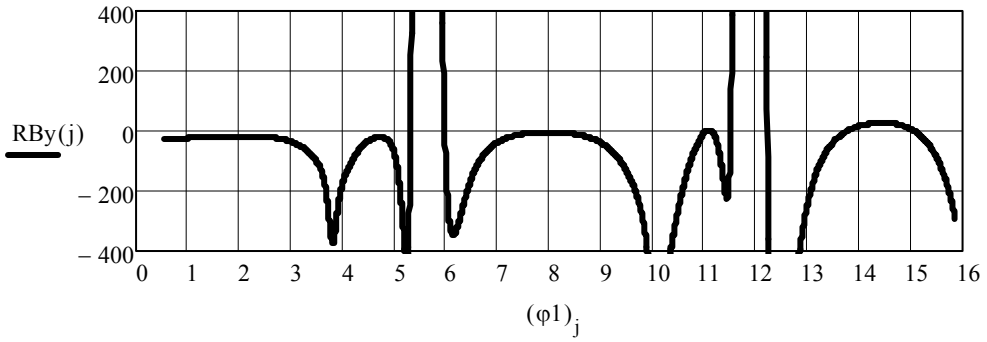

Рис. 11. Зависимость вертикальной составляющей R_{By} ***от угла поворота*** φ_1

Обобщенные ускорения можно подсчитать по формуле (34). На рис. (12)-(16) представлены зависимости обобщенных ускорений от угла поворота φ_1 ведущего звена механизма.

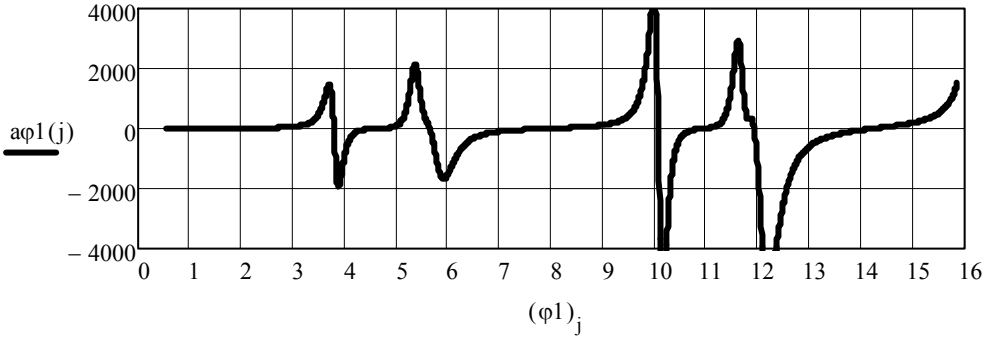

Рис. 12. Зависимость обобщенного ускорения $\ddot{\varphi}_1$ ***от угла поворота*** φ_1

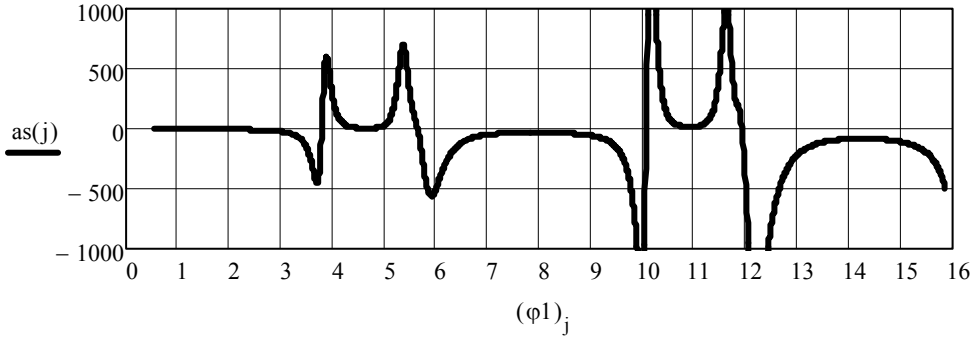

Рис. 13. Зависимость обобщенного ускорения $\ddot{s}$ ***от угла поворота*** φ_1

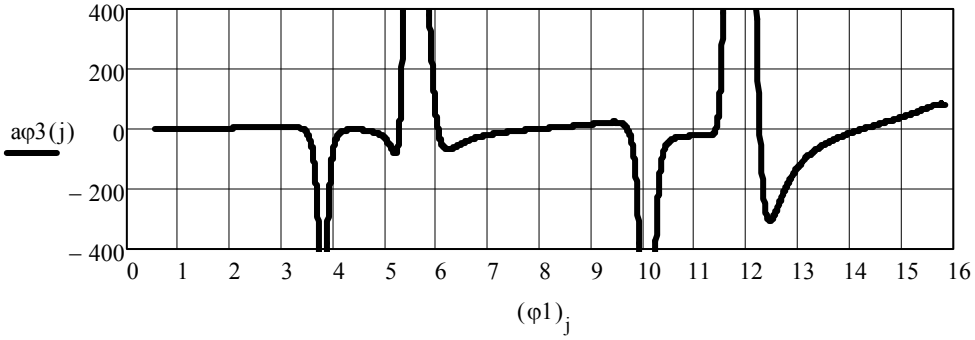

Рис. 14. Зависимость обобщенного ускорения $\ddot{\varphi}_3$ ***от угла поворота*** φ_1

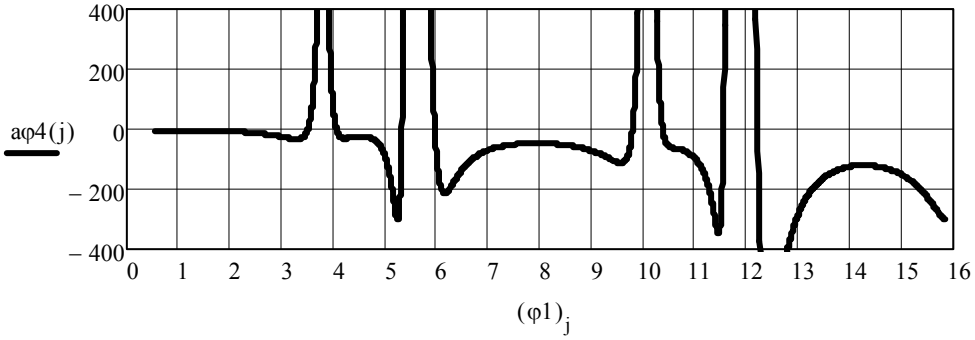

Рис. 15. Зависимость обобщенного ускорения $\ddot{\varphi}_4$ ***от угла поворота*** φ_1

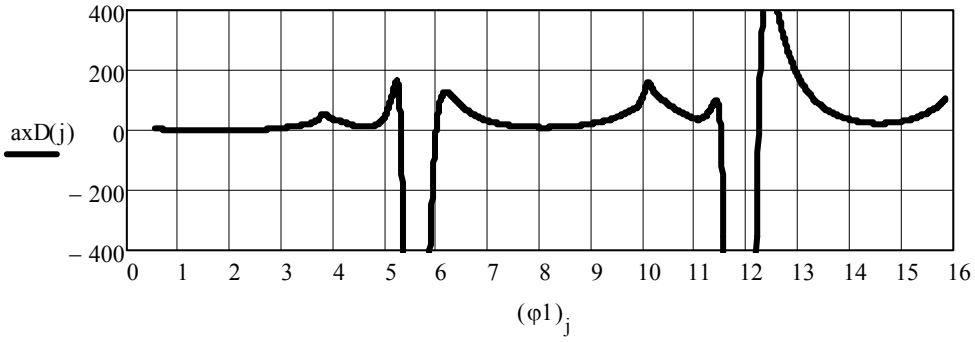

Рис. 16. Зависимость обобщенного ускорения $\ddot{x}_D$ ***от угла поворота*** φ_1

Приведенный пример очередной раз показывает, какие преимущества дает использование математических пакетов при исследовании движения плоского механизма под действием заданных нагрузок. Применение простых приемов позволяет получить результаты, справедливые не для каких-то фиксированных, а для любых положений механизма. Кроме того появляется возможность исследовать зависимость всех необходимых характеристик (как кинематических, так и динамических) механизма от его параметров. Это представляется особенно удобным при применении пакета MathCAD: стоит изменить исходные данные и весь рабочий лист программы будет тут же пересчитан.

Таким образом, предложенный способ может заменить достаточно громоздкие графоаналитические способы расчета плоских механизмов, требующие построения планов скоростей и ускорений, что к тому же существенно понижает точность расчетов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Е.Т. Уиттекер.** Аналитическая динамика. ОНТИ, 1937, С. 242.
2. **Доев В.С., Доронин Ф.А.** Сборник заданий по теоретической механике на базе Mathcad: Учебное пособие. – СПб.: Издательство «Лань», 2010. – 592 с.

Поступила в редакцию 10.05.2011
После доработки 01.06.2011