

ПРОГРАММА РАСЧЕТА ДИНАМИКИ ОДНОДВИГАТЕЛЬНОЙ МАШИНЫ

Введение

Программа «Динамика-ТММ» предназначена для решения задач динамики однодвигательной машины, включающей в себя электродвигатель, редуктор и исполнительный рычажный механизм с жесткими звеньями. Рассматриваются два режима: разбега и установившегося движения. Определяются: закон движения вала кривошипа, движущий момент, динамическая нагрузка на редуктор. Программа позволяет рассчитать маховики на валу двигателя и/или кривошипа, кулачковый разгрузитель возмущающего момента. В программу встроены базы данных по электродвигателям постоянного тока независимого возбуждения и по цилиндрическим пружинам сжатия.

Программа может быть использована при выполнении лабораторного практикума и при курсовом проектировании. Она распространяется бесплатно, скачать ее можно на сайте tmm.spbstu.ru.

Далее рассматриваются использованные математические модели и даются рекомендации по пользованию программой.

Режим разбега

Будем полагать, что переменностью приведенных моментов инерции и моментов сил сопротивления, вызывающих не очень значительные колебания угловой скорости вращения кривошипа, в процессе разбега можно пренебречь. Рассмотрим модель, представленную на рис. 1. Здесь J_0 – приведенный момент инерции вращающихся масс на валу двигателя; $M_{\text{дв}}$ – приведенный движущий момент; $M_{\text{пр0}}$ – среднее за оборот значение приведенного момента сил сопротивления, ω – скорость вращения кривошипа. Все параметры приведены к валу кривошипа.

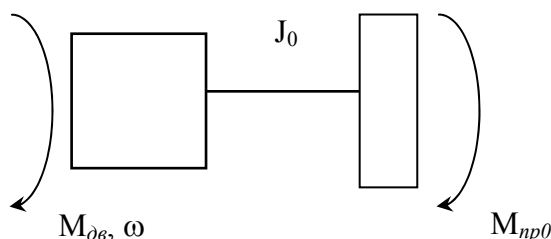


Рис. 1. Модель машины при рассмотрении разбега

Представленную модель можно описать системой 1:

$$\begin{cases} J_0 \dot{\omega} = M_{\text{дв}} + M_{\text{пр0}}, \\ \tau \dot{M}_{\text{дв}} + M_{\text{дв}} = M_0 - si^2 (\omega - \omega_0). \end{cases} \quad (1)$$

Первое уравнение получено с учетом постоянства приведенного момента инерции J_0 и момента сил сопротивления $M_{\text{пр0}}$, второе уравнение – это линейная динамическая характеристика электродвигателя постоянного тока независимого возбуждения. В ней τ – электромагнитная постоянная времени двигателя, s – крутизна статической характеристики, i – передаточное отношение редуктора. Систему (1) можно привести к виду:

$$\tau\tau_M\ddot{\omega} + \tau_M\dot{\omega} + \omega = \omega_0, \quad (2)$$

где $\tau_M = \frac{J_0}{sI^2}$ – постоянная времени машины;

ω_0 – среднее значение скорости вращения вала кривошипа:

$$\omega_0 = \frac{i(M_{ДН} + s\omega_{ДН}) + M_{np0}}{sI^2}. \quad (3)$$

В зависимости от корней характеристического уравнения $\tau\tau_M\lambda^2 + \tau_M\lambda + 1 = 0$ возможны два характера разбега.

a) $\tau_M \geq 4\tau$. Тогда корни характеристического уравнения – вещественные, процесс разбега – аperiodический (рис. 2, a):

$$\omega = \omega_0 \left(1 + \frac{\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} e^{\lambda_1 t} - \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} e^{\lambda_2 t} \right), \quad (4)$$

где

$$\lambda_1 = -\frac{1}{2\tau} + \frac{\sqrt{\tau_M^2 - 4\tau\tau_M}}{2\tau\tau_M},$$

$$\lambda_2 = -\frac{1}{2\tau} - \frac{\sqrt{\tau_M^2 - 4\tau\tau_M}}{2\tau\tau_M},$$

Время разбега t_p :

$$t_p = \frac{3 + \ln\left(\frac{|\lambda_2|}{\lambda_1 - \lambda_2}\right)}{|\lambda_1|}.$$

b) $\tau_M < 4\tau$. Тогда процесс разбега – колебательный (рис. 2, b):

$$\omega = \omega_0 \left[1 - e^{nt} \left(\cos kt - \frac{n}{k} \sin kt \right) \right], \quad (5)$$

где

$$n = -\frac{1}{2\tau},$$

$$k = \frac{\sqrt{4\tau\tau_M - \tau_M^2}}{2\tau\tau_M}.$$

Для определения крутизны статической характеристики двигателя s и постоянной времени τ воспользуемся паспортными данными: $N_{ДН}$ – мощность двигателя (Вт), $n_{ДН}$ – номинальная скорость вращения вала двигателя (об/мин), U_H – номинальное напряжение (В), $R_{Я}$ – сопротивление цепи якоря (Ом), I_H – номинальный ток цепи якоря (А), $L_{Я}$ – индуктивность цепи якоря (Гн):

$$\tau = \frac{L_y}{R_y}, s = \frac{M_{дн}}{\omega_{xx} - \omega_{дн}}, \omega_{xx} = \frac{\pi n_{xx}}{30}, \omega_{дн} = \frac{\pi n_{дн}}{30}, M_{дн} = \frac{N_{дн}}{\omega_{дн}}, n_{xx} = \frac{n_{дн} U_H}{U_H - I_H R_y}. \quad (6)$$

Для расчета модели в режиме разбега достаточно выбрать двигатель и задаться следующими параметрами: $J_0, M_{пр0}, i$. Характер режима разбега зависит от соотношения постоянных времени τ и τ_M . Для того, чтобы избежать колебательного процесса разбега и перерегулирования, надо добиться выполнения условия $\tau_M \geq 4\tau$. Проще всего это сделать, поставив маховик на вал двигателя или кривошипа, т.е. увеличив J_0 . При этом увеличится время разбега t_p .

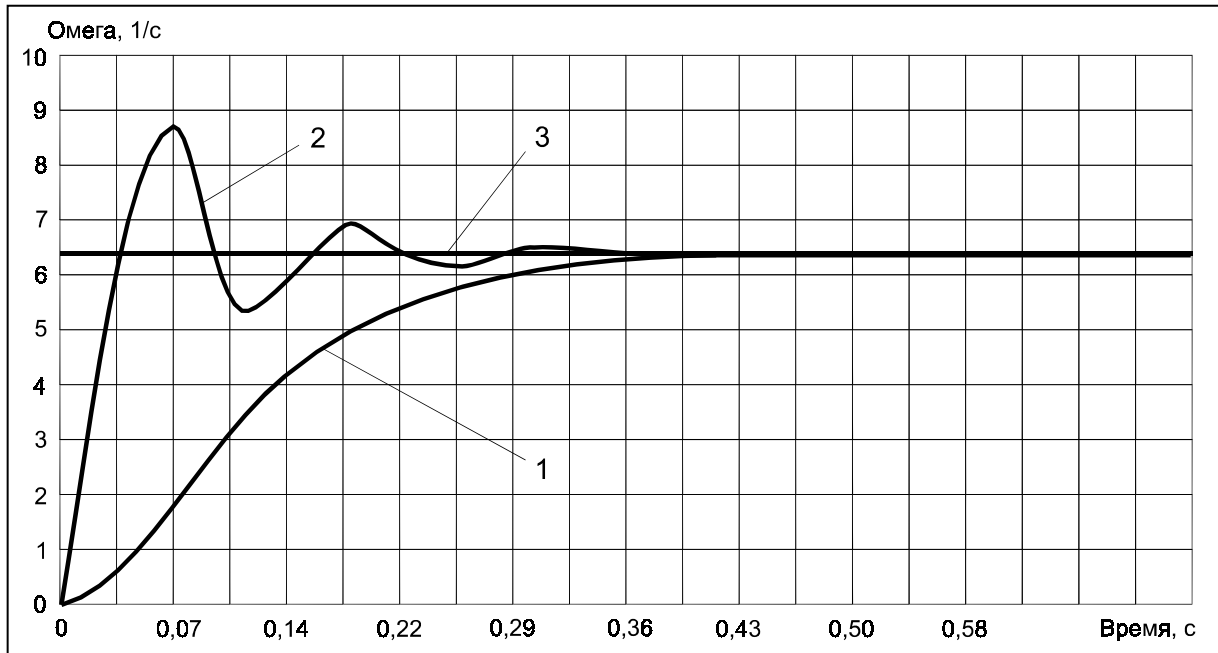


Рис. 2. Графики изменения скорости вращения кривошипа при разбеге.

1 – аперодический разбег; 2 – колебательный; 3 – средняя угловая скорость установившегося движения

Установившийся режим

Рассматривается модель (рис. 3) [1]:

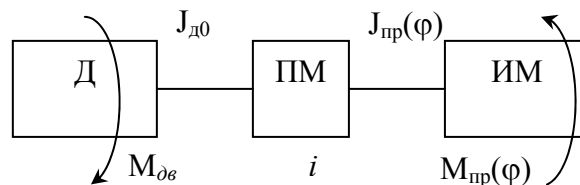


Рис. 3. Модель машины при установившемся режиме движения.

Д – двигатель, ПМ – передаточный механизм (редуктор), ИМ – исполнительный механизм

$$\begin{cases} J_{пр}(\varphi)\ddot{\varphi} + \frac{1}{2} \frac{dJ_{пр}(\varphi)}{d\varphi} \dot{\varphi}^2 = M_{дв} + M_{пр}(\varphi), \\ \tau \dot{M}_{дв} + M_{дв} = M_0 - si^2(\dot{\varphi} - \omega_0). \end{cases} \quad (7)$$

Для решения системы (7) следует предварительно найти коэффициенты разложения в ряд Фурье приведенного момента инерции $J_{np}(\varphi)$ и приведенного момента сил сопротивления $M_{np}(\varphi)$: J_{np0} , J_{lc} , J_{ls} и M_{np0} , M_{lc} , M_{ls} соответственно (это выполняется на этапе силового расчета). Зная ω_0 из (3), можно определить возмущающий момент $L(\omega_0 t)$:

$$L_{lc} = M_{lc} - (J_{ls} \omega_0^2 l) / 2, \quad L_{ls} = M_{ls} + (J_{lc} \omega_0^2 l) / 2,$$

$$L = \sum_{l=1}^5 (L_{lc} \cos(l\omega_0 t) + L_{ls} \sin(l\omega_0 t)).$$

Или:

$$L = \sum_{l=1}^5 L_l \cos(l\omega_0 t + \alpha_l), \quad (8)$$

где

$$L_l = \sqrt{L_{lc}^2 + L_{ls}^2}, \quad \cos \alpha_l = \frac{L_{lc}}{L_l}, \quad \sin \alpha_l = -\frac{L_{ls}}{L_l}.$$

Тогда (7) можно свести к виду:

$$\tau \tau_M \ddot{\phi} + \tau_M \dot{\phi} + \phi = (\tau \dot{L} + L + M_{np0} + M_0) / (s i^2), \quad (9)$$

Решение уравнения (8) ищем в виде:

$$\dot{\phi}(t) = \omega_0 + \dot{\psi}(t), \quad \ddot{\phi}(t) = \ddot{\psi}(t), \quad \ddot{\phi}(t) = \ddot{\psi}(t), \quad (10)$$

полагая, что $\dot{\psi} \ll \omega_0$.

Подставляя (8) и (10) в (9), получим уравнение (11):

$$\tau \tau_M \ddot{\psi} + \tau_M \dot{\psi} + \psi = \frac{1}{s i^2} \sum_{l=1}^5 \sqrt{1 + \tau^2 l^2 \omega_0^2} \cdot L_l \cos(l\omega_0 t + \alpha_l + \beta_l^{**}), \quad (11)$$

Здесь

$$\cos \beta_l^{**} = \frac{1}{\sqrt{1 + \tau^2 l^2 \omega_0^2}}, \quad \sin \beta_l^{**} = \frac{\tau l \omega_0}{\sqrt{1 + \tau^2 l^2 \omega_0^2}}.$$

Определив углы β_l^{**} , обозначим $\xi_l = \alpha_l + \beta_l^{**}$. Решение уравнения (11) запишем в виде:

$$\dot{\psi} = \sum_{l=1}^5 \Psi_l \cos(l\omega_0 t + \xi_l + \beta_l),$$

$$\ddot{\psi} = -\sum_{l=1}^5 \Psi_l l \omega_0 \sin(l\omega_0 t + \xi_l + \beta_l), \quad (12)$$

$$\ddot{\psi} = -\sum_{l=1}^5 \Psi_l l^2 \omega_0^2 \cos(l\omega_0 t + \xi_l + \beta_l).$$

Подставим (12) в (11):

$$\tau\tau_M\ddot{\psi} + \tau_M\dot{\psi} + \psi = \frac{1}{si^2} \sum_{l=1}^5 \sqrt{1 + \tau^2 l^2 \omega_0^2} \cdot L_l \cos(l\omega_0 t + \alpha_l + \beta_l^{**}), \quad (13)$$

где

$$\begin{aligned} \Delta_l &= \sqrt{(1 - \tau\tau_M l^2 \omega_0^2)^2 + \tau_M^2 l^2 \omega_0^2}, \\ \cos \beta_l^* &= \frac{1 - \tau\tau_M l^2 \omega_0^2}{\Delta_l}, \\ \sin \beta_l^* &= \frac{\tau_M l \omega_0}{\Delta_l}. \end{aligned}$$

Из уравнения (13) найдем значения амплитуды ψ_l и фазы β_l динамической ошибки:

$$\begin{aligned} \psi_l &= \frac{\sqrt{1 + \tau^2 l^2 \omega_0^2}}{\Delta_l si^2} L_l, \\ \cos \beta_l &= \cos(-\beta_l^*) = \cos \beta_l^* = \frac{1 - \tau\tau_M l^2 \omega_0^2}{\Delta_l}, \\ \sin \beta_l &= \sin(-\beta_l^*) = -\sin \beta_l^* = -\frac{\tau_M l \omega_0}{\Delta_l}. \end{aligned} \quad (14)$$

Определив закон движения кривошипа, найдем из динамической характеристики двигателя движущий момент $M_{\text{дв}}$, приведенный к валу кривошипа:

$$\tau \dot{M}_{\text{дв}} + M_{\text{дв}} = M_0(\omega_0) - si^2 \dot{\psi}. \quad (15)$$

Искать $M_{\text{дв}}$ будем в виде:

$$\begin{aligned} M_{\text{дв}} &= M_0(\omega_0) + \sum_{l=1}^5 M_l \cos(l\omega_0 t + \xi_l + \beta_l + \delta_l), \\ \dot{M}_{\text{дв}} &= -\sum_{l=1}^5 M_l l \omega_0 \sin(l\omega_0 t + \xi_l + \beta_l + \delta_l). \end{aligned} \quad (16)$$

Подставим (12) и (16) в (15), получим:

$$\sum_{l=1}^5 \sqrt{1 + \tau^2 l^2 \omega_0^2} M_l \cos(l\omega_0 t + \xi_l + \beta_l + \delta_l + \delta_l^*) = -si^2 \sum_{l=1}^5 \psi_l \cos(l\omega_0 t + \xi_l + \beta_l). \quad (17)$$

$$\text{Здесь } \cos \delta_l^* = \frac{1}{\sqrt{1 + \tau^2 l^2 \omega_0^2}}, \sin \delta_l^* = \frac{\tau l \omega_0}{\sqrt{1 + \tau^2 l^2 \omega_0^2}}.$$

Выразим из (17) амплитуды M_l и фазы δ_l движущего момента:

$$M_l = -\frac{si^2 \psi_l}{\sqrt{1 + \tau^2 l^2 \omega_0^2}} = -\frac{L_l}{\Delta_l}, \delta_l = -\delta_l^*,$$

$$\cos \delta_l = \frac{1}{\sqrt{1 + \tau^2 l^2 \omega_0^2}}, \sin \delta_l = -\frac{\tau l \omega_0}{\sqrt{1 + \tau^2 l^2 \omega_0^2}}.$$
(18)

Тогда

$$M_{\partial \varepsilon} = M_0 + \sum_{l=1}^5 \left(-\frac{L_l}{\Delta_l} \cos(l\omega_0 t + \xi_l + \beta_l + \delta_l) \right).$$
(16')

Для определения динамического момента в передаточном механизме M_n составим уравнение движения выходного вала передаточного механизма (вала кривошипа):

$$J_{\partial \phi} \ddot{\phi} = M_{\partial \varepsilon} - M_{II},$$
(19)

где $J_{\partial \phi}$ - момент инерции вала двигателя, приведенный к валу кривошипа. Учитывая, что $\ddot{\phi} = \ddot{\psi}$, получим:

$$M_{II} = M_{\partial \varepsilon} - J_{\partial \phi} \ddot{\psi},$$

где $M_{\partial \varepsilon}$ определяется по выражению (16'), а $\ddot{\psi}$ - из выражения (12).

Расчет кулачкового разгрузителя возмущающего момента

Для кулачкового разгрузителя выбрана схема с тарельчатым толкателем. Момент M_p , создаваемый разгрузителем, должен уравновешивать возмущающий момент L :

$$M_p + L = 0.$$
(20)

Момент M_p определяется реакцией R_{21} , действующей на кулак со стороны толкателя:

$$M_p = -R_{21} \cdot S' = -c \cdot (S_0 + S) \cdot S',$$
(21)

где S, S' - соответственно перемещение толкателя и его производная по углу поворота кулака (аналог скорости толкателя), c - жесткость замыкающей пружины, S_0 - предварительное поджатие пружины. Будем полагать, что $\dot{\phi} = \omega_0, \phi = \omega_0 t$. Тогда

$$c (S + S_0) dS = L(\phi) d\phi.$$
(22)

Интегрируя (22), получим выражение для S :

$$S(\phi) = \sqrt{\frac{2}{c} y(\phi) + c_1 + S_0^2} - S_0,$$
(23)

где c_l - постоянная интегрирования, а $y(\varphi) = \sum_{l=1}^5 L_l \sin(l\varphi + \alpha_l)$. Постоянную c_l найдем из условия: при $y = y_{min}$ $S = 0$.

Тогда $c_l = -\frac{2}{c} y_{min}$, а $S = \sqrt{\frac{2}{c}(y(\varphi) - y_{min}) + S_0^2} - S_0$. Отсюда получим ход толкателя S_{max} :

$$S_{max} = \sqrt{\frac{2}{c}(y_{max} - y_{min}) + S_0^2} - S_0 = \sqrt{\frac{2}{c}\Delta y + S_0^2} - S_0. \quad (24)$$

Из (24) получим выражение для жесткости пружины c :

$$c = \frac{2\Delta y}{S_{max}^2 + 2S_{max}S_0}. \quad (25)$$

Последовательность расчета такова [2]. Вычисляется $y(\varphi) = \sum_{l=1}^5 \frac{1}{l} L_l \sin(l\varphi + \alpha_l)$; по y_{max} и y_{min} определяется $\Delta y = y_{max} - y_{min}$. Задается ход толкателя S_{max} , а также $S_0 = 0, 1S_{max}$. По выражению (25) находится жесткость пружины c . Определяется сила пружины P_2 при наибольшей деформации $S + S_{max}$:

$$P_2 = c(S_0 + S_{max}).$$

Задается инерциальный зазор $\delta = 0,05-0,25$, после чего определяется сила P_3 пружины при максимальной деформации:

$$P_3 = \frac{P_2}{1 - \delta}$$

По значению силы P_3 выбирается пружина и определяются ее параметры: d, D, z_1 (жесткость одного витка) и f_3 - наибольший прогиб одного витка. Определяется число витков n : $n = z_1/c$. После округления n до целого числа выполняется проверка наибольшего прогиба всех витков nf_3 : он должен быть больше суммы хода толкателя и предварительной деформации пружины $S_{max} + S_0$.

После выбора пружины отыскивается аналог скорости толкателя S' и аналог ускорения S'' :

$$S' = L/(c(S + S_0)); \quad S'' = (L' - c(S')^2)/(c(S + S_0)).$$

Задается минимальный допустимый радиус кривизны профиля кулака $\rho = 10 \div 30$ мм, после чего определяется радиус начальной шайбы r_0 :

$$r_0 = -(S''(\varphi) + S(\varphi))_{max} + \rho_{min}.$$

Локальные координаты X_l и Y_l профиля кулака:

$$\begin{cases} X_1 = S' \cos \varphi + (r_0 + S) \sin \varphi, \\ Y_1 = -S' \sin \varphi + (r_0 + S) \cos \varphi. \end{cases} \quad (26)$$

На рис. 4 представлена схема кулачкового разгрузителя, рассчитанного по программе. В точке контакта кулака и толкателя приложена сила реакции R_{21} со стороны толкателя на кулак, создающая момент M_p . Проверку выполнения условия (20) можно выполнить по графику момента разгрузителя M_p , совмещенному с графиком возмущающего момента L (рис.5).

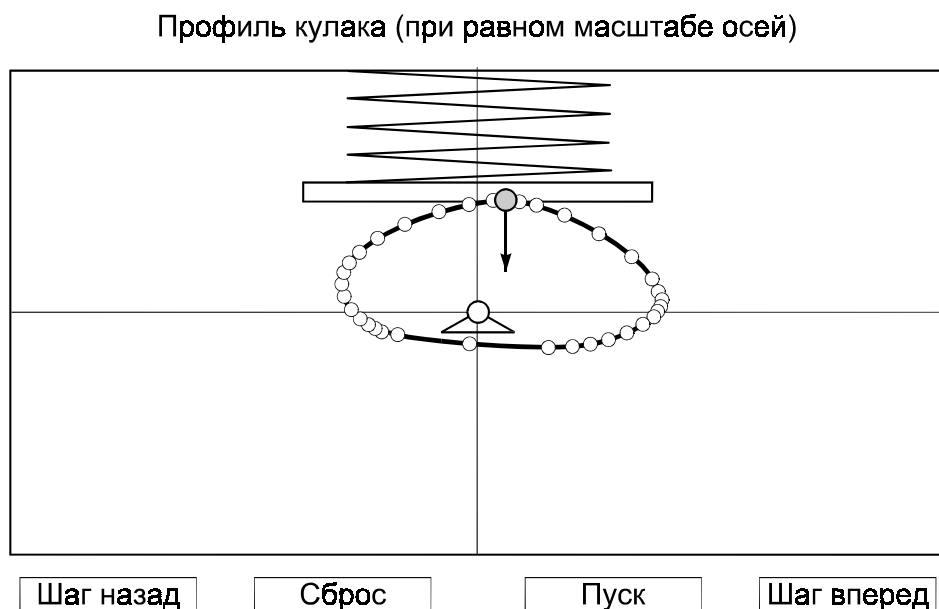


Рис. 4. Схема кулачкового разгрузителя, рассчитанного по программе.

Кнопки: «Пуск» - запуск анимации разгрузителя; «Сброс» - возврат в исходное положение; «Шаг вперед» и «Шаг назад» - поворот кулака на угол $\Delta\varphi$ соответственно против и по часовой стрелке

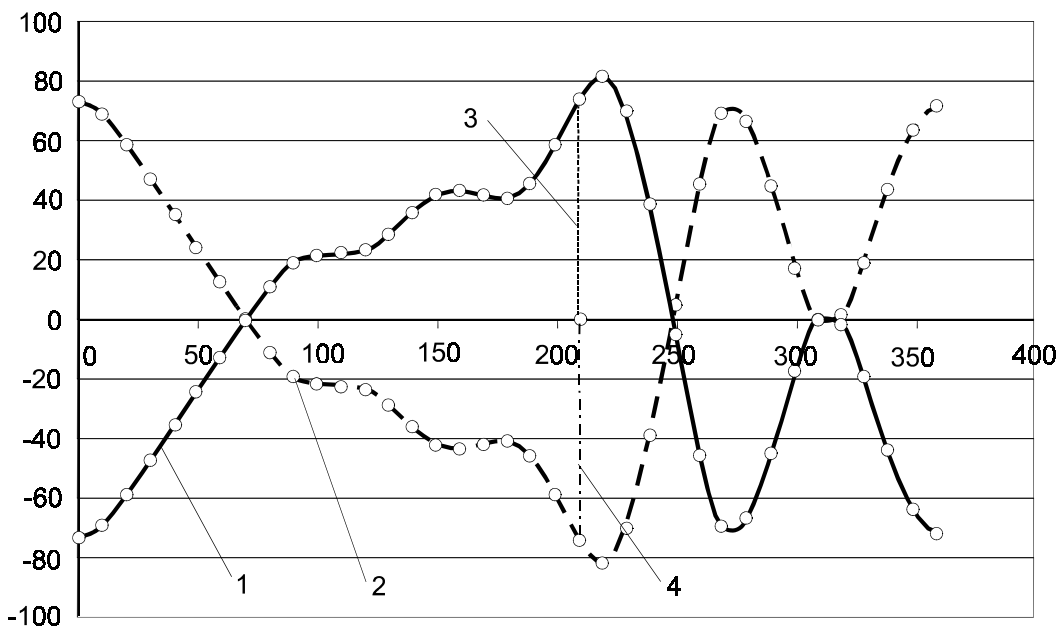


Рис. 5. Графики возмущающего момента L (1) и момента кулачкового разгрузителя M_p (2); текущие значения L (3) и M_p (4)

Методические рекомендации

Для того, чтобы выполнить расчет с помощью программы «Динамика-ТММ», достаточно ввести несколько исходных данных (рис. 6, а). При использовании программы в учебной практике акцент следует сделать на осмыслении учащимся получен-

ных результатов, оценки их значимости для качества машины и умения выбрать приемлемое решение, позволяющее добиться требуемого качества. Этому призвана помочь панель «Диагностика», которая сообщает данные о характере процесса разбега, наличии двигательного резонанса, перекладки зазоров в приводе, приводит численное значение неравномерности вращения и т.д. (рис. 6, b).

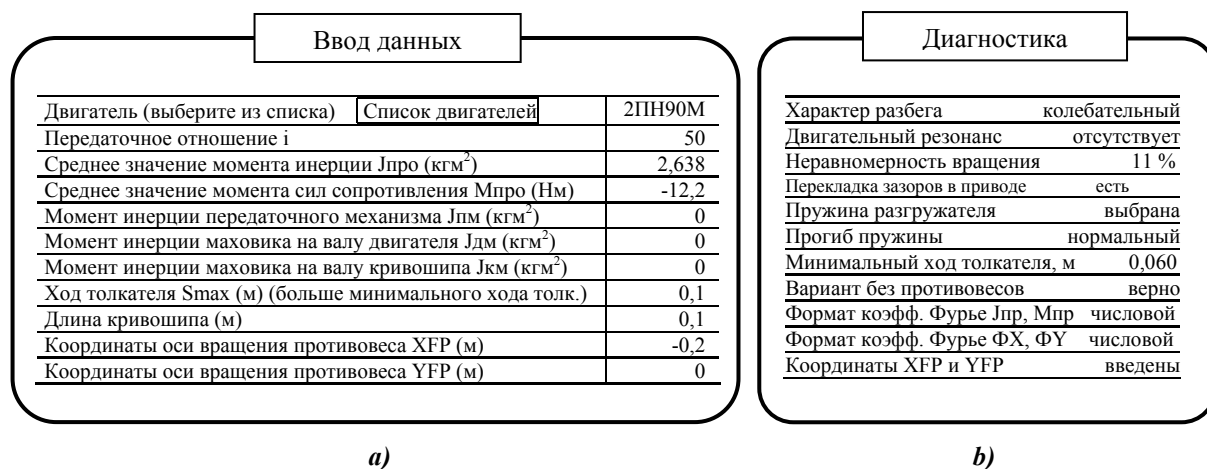


Рис. 6. Часть интерфейса программы
a - панель «Ввод данных»; b - панель «Диагностика»

В распоряжении пользователя имеется возможность подобрать и установить маховик на вал двигателя и/или кривошипа, кулачковый разгрузатель возмущающего момента, фрикцион, вращающиеся противовесы, поменять двигатель и/или редуктор.

В результате учащийся должен добиться аperiodического процесса разбега, отсутствия двигательного резонанса (допустим резонанс кратности выше 5), заданного коэффициента неравномерности вращения, отсутствия перекладки зазоров в приводе. Необходимо обращать внимание учащихся на реальную осуществимость предложенных мер: маховик, кулачок, толкатель, противовесы должны вписываться в габариты машины и не приводить к ее многократному утяжелению, замыкающая пружина должна выпускаться промышленностью и также вписаться в заданные габариты, и т.д.

Программа снабжена контекстными комментариями для входных и выходных параметров, а также краткой методической справкой (лист «Помощь»). Для работы программы на компьютере должен быть установлен MS Office 2000 (XP).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Коловский М.З.** Динамика машин. – Л.: Машиностроение, 1989.– 268 с.
2. **Евграфов А.Н.** Расчет и проектирование механизмов и машин с помощью ЭВМ. – СПб.: СПбГТУ, 1992. – 80 с.